

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROJETO DE GRADUAÇÃO**



LUIZ FELIPE RAMOS DALFIOR

**OTIMIZAÇÃO DE AMPLIFICADORES RAMAN PARA
ESTRUTURAS EM REDE**

VITÓRIA
2022

LUIZ FELIPE RAMOS DALFIOR

**OTIMIZAÇÃO DE AMPLIFICADORES RAMAN PARA
ESTRUTURAS EM REDE**

Parte manuscrita do Projeto de Graduação do aluno Luiz Felipe Ramos Dalfior, apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

**Prof. Dr. Carlos Eduardo Schmidt
Castellani**
Orientador

**Profa. Dra. Marcia Helena Moreira
Paiva**
Coorientador

VITÓRIA
2022

LUIZ FELIPE RAMOS DALFIOR

OTIMIZAÇÃO DE AMPLIFICADORES RAMAN PARA ESTRUTURAS EM REDE

Parte manuscrita do Projeto de Graduação do aluno Luiz Felipe Ramos Dalfior, apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

Aprovada em 24 de março de 2022.

COMISSÃO EXAMINADORA:



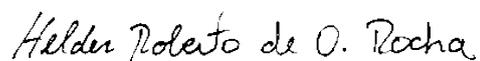
Prof. Dr. Carlos Eduardo Schmidt Castellani
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador



Profa. Dra. Marcia Helena Moreira Paiva
Universidade Federal do Espírito Santo
Coorientador



Prof. Dr. Fábio de Oliveira Lima
Instituto Federal do Espírito Santo
Examinador



Prof. Dr. Helder Roberto de Oliveira Rocha
Universidade Federal do Espírito Santo
Examinador

Ao meu pai por me incentivar a ingressar e continuar no curso, à minha mãe e vó por sempre estarem ao meu lado, à minha namorada para todas as situações e aos alunos e professores do Curso de Engenharia Elétrica da UFES, em especial ao meu orientador.

RESUMO

A difusão da fibra ótica como meio de transferência de dados predominante dos sistemas de telecomunicações modernos tem revolucionado os métodos de comunicação atuais, permitindo o emprego de redes quilométricas de alta performance. Porém, essa tecnologia sofre com problemas de atenuação de cerca de 0,2 dB/km e efeitos de dispersão e auto modulação de fase, resultando em perda de potência e dados, sendo os sistemas complexos de maior alcance e múltiplos nós os mais afetados. Para reduzir esses efeitos, faz-se comum o uso de amplificadores em cada trecho da rede (transmissão entre dois pontos), como de Raman e de fibra dopada com érbio, o que eleva os custos da transmissão. Entretanto, no caso do uso de amplificadores Raman, há maneiras de se aproveitar a potência excedente dos *lasers* de bombeio em uma transmissão, definida como potência dos bombeios residuais, para compensar a amplificação em outros trechos. A fim de buscar a melhor performance e economia de uma rede com múltiplos nós, este projeto de graduação propõe a otimização de sistemas de telecomunicação de fibra ótica de múltiplos nós e grandes distâncias de cobertura que utilizam amplificadores Raman com reciclagem de bombeio. Foram desenvolvidas simulações computacionais capazes de gerar um modelo de rede que apresente em menor quantidade a melhor disposição possível da reutilização dos bombeios residuais de cada amplificador Raman. Para isso, serão avaliados em cada transmissão entre dois nós os requisitos mínimos do sinal transmitido de ganho médio de pelo menos -1 dB e a diferença entre o ganho máximo e o mínimo do sinal de no máximo 3 dB para banda de 50 nm. Dessa forma, será utilizada apenas uma aplicação de *lasers* de bombeio para amplificar toda a rede, buscando a otimização por simulações de busca exaustiva e conceitos da Teoria de Grafos.

Palavras-chave: Fibra ótica; Amplificador Raman; Bombeio Residual; Matriz de adjacência; Teoria de Grafos.

ABSTRACT

The diffusion of optical fiber as the predominant data transfer medium of modern telecommunications systems has revolutionized current communication methods, that allows the use of kilometric networks of high performance. Although it suffers from attenuation problems of about 0.2 dB/km and effects of dispersion and phase self-modulation, resulting in loss of power and data, as complex systems with long range and multiple endpoints are the most affected. To reduce these effects, it is common to use amplifiers in each link of the network (transmission between two endpoints), such as Raman and erbium doped fiber, which increases transmission costs. However, in the case of Raman amplifiers use, there are ways to take advantage of the excess power of pump lasers in a transmission, defined as residual pumps, to compensate the amplification in other links. In order to seek the best performance and economy of a network with multiple nodes, this graduation project proposes the optimization of multi-endpoint and long-range fiber optic telecommunication systems that use Raman amplifiers and pump recycling. Computational simulations will be developed capable of generating a network model that presents in a smaller quantity the best possible arrangement of residual pumps of each Raman amplifier. For that, the output signal of each transmission between two nodes will be evaluated, so that it respects the necessary average gain requirements of at least -1 dB and difference between the maximum and minimum signal gain of less than 3 dB for a 50 nm band. Thus, only one application of pump lasers will be used to amplify the entire network, seeking optimization by exhaustive search simulations and Graph Theory concepts.

Palavras-chave: Optical Fiber; Raman Amplifier; Residual Pump; Adjacency Matrix; Graph Theory.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Seção transversal e longitudinal de uma fibra ótica com raio do núcleo a e raio da casca b	14
Figura 2 – Atenuação espectral típica de uma fibra multimodo.....	15
Figura 3 – Transferência de estados energéticos em espalhamentos de Raman e Rayleigh	20
Figura 4 – Representação de transmissões com configurações de bombeio co-propagante e contra-propagante	27
Figura 5 – Representação das Pontes de Königsberg	27
Figura 6 – Diagrama do grafo do problema das Pontes de Königsberg	28
Figura 7 – Diagrama de Grafos de $G(5,7)$	30
Figura 8 – Representação da Rede Ipê em diagrama de grafos.....	31
Figura 9 – Diagrama de Grafos de G e sua árvore geradora mínima T	32
Figura 10 – Esquemático do funcionamento do roteamento de bombeios em uma rede	34
Figura 11 – Representação da rede proposta por um diagrama de grafos.....	36
Figura 12 – Representação do roteamento de bombeios na rede proposta.....	39
Figura 13 – Modelo de reciclagem do bombeio residual em uma rede ponto a ponto.....	40
Figura 14 – Fluxograma do funcionamento das simulações computacionais	41
Figura 15 – Diagrama de grafos da rede modelada resultado pelo Matlab	42
Figura 16 – Diagrama de grafos da rede modelada com índices da melhor configuração de roteamento	44
Figura 17 – Representação linear do caminho de transmissão dos vértices 1-3-7-8.....	45
Figura 18 – Representação da rede proposta com novas distâncias por um diagrama de grafos	49
Figura 19 – Representação linear do caminho de transmissão dos vértices 1-2-6-8 do novo modelo	51
Figura 20 – Representação da rede simplificada por Algoritmo de Kruskal por um diagrama de grafos	54
Figura 21 – Diagrama de grafos da rede simplificada resultado pelo Matlab.....	54

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Curva de dispersão D de uma onda em uma fibra ótica de sílica.....	18
Gráfico 2 – Curva de ganho Raman em fibras de sílica	20
Gráfico 3 – Curva de potência dos sinais de bombeio em uma transmissão de 20 km	25
Gráfico 4 – Curva de potência dos sinais de bombeio em uma transmissão de 5 km	26
Gráfico 5 – Curva de ganho do sinal escolhido em uma transmissão de 30 km	38
Gráfico 6 – Curvas de ganho de cada trecho da transmissão dos vértices 1-3-7-8.....	46
Gráfico 7 – Curva de ganho da transmissão total dos vértices 1-3-7-8	47
Gráfico 8 – Curva de ganho da transmissão de cada trecho sem amplificação	48
Gráfico 9 – Curva de ganho da transmissão de cada trecho dos vértices 1-2-6-8	52
Gráfico 10– Curva de ganho da transmissão total dos vértices 1-2-6-8	53

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EDFA	<i>Erbium Doped Fiber Amplifier</i>
SRS	<i>Stimulated Raman Scattering</i>
SNR	<i>Signal-Noise Relation</i>
GVD	<i>Group-Velocity Dispersion</i>
TOD	<i>Third-Order Dispersion</i>
IIS	Interferência Interssimbólica
OSNR	<i>Optical Signal-To-Noise Ratio</i>
ENLSE	<i>Extended Nonlinear Schrödinger Equation</i>
ASE	<i>Amplified Spontaneous Emission</i>
DRS	<i>Double Rayleigh Scattering</i>
UFES	Universidade Federal do Espírito Santo

LISTA DE SÍMBOLOS

n_1	Índice de refração do núcleo
n_2	Índice de refração da casca
Φ	Ângulo de incidência de luz na fibra (rad)
α	Coefficiente de atenuação da fibra ótica
λ	Comprimento de onda (m)
P	Potência (W)
L	Comprimento da fibra (m)
β	Constante do modo de propagação
ω	Frequência (Hz)
v_g	Velocidade de grupo (ms^{-1})
c	Velocidade da luz (ms^{-1})
T	Período (s)
A_v	Amplitude do sinal
z	Comprimento da fibra (m)
γ_v	Parâmetro não-linear
t	Tempo (s)
μ	Frequência linear (Hz)
ν	Frequência linear (Hz)
σ	Frequência linear (Hz)
N_c	Total de amplitudes complexas
G	Ganho (dB)
h	Constante de Planck ($\text{m}^2\text{kgs}^{-1}$)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Justificativa	12
1.2	Objetivos.....	13
1.2.1	Objetivo Geral	13
1.2.2	Objetivos Específicos	13
2	REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1	Fibra Ótica	14
2.1.1	Atenuação.....	15
2.1.2	Dispersão.....	16
2.2	Amplificadores Raman	19
2.3	Modelagem de Amplificadores Raman	21
2.3.1	Modelo Numérico	21
2.3.2	Modelo Analítico	22
2.4	Bombeio Residual de Amplificadores Raman	24
2.5	Teoria de Grafos.....	27
2.5.1	Definições	28
2.5.2	Aplicação em Telecomunicações	30
2.5.3	Algoritmo de Kruskal.....	31
3	METODOLOGIAS E ETAPAS DE DESENVOLVIMENTO.....	33
3.1	Método de Otimização da Rede.....	33
3.2	Modelagem da Rede	35
3.3	Simulações no Matlab	38
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	42
5	CONCLUSÃO.....	57
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60

1 INTRODUÇÃO

A difusão da fibra ótica como meio de transferência de dados predominante dos sistemas de telecomunicações modernos tem revolucionado os métodos de comunicação atuais. Apesar da capacidade dessa tecnologia já ser reconhecida desde a década de 60, seu amplo desenvolvimento foi permitido posteriormente, visto que na época as fibras apresentavam perdas na ordem de 1000 dB/km (AGRAWAL, 2010). Apenas a partir de 1976, foi possível a obtenção de modelos cujas perdas eram de até 0,2 dB/km, usando técnicas de fabricação como deposição de vapor químico e aplicação de germânio como dopante do núcleo (AGRAWAL, 2010). Com isso, foi possível utilizá-las em redes de escala quilométrica.

Como a atenuação do sinal sempre foi um desafio a ser superado nesse tipo de rede, surgiram algumas soluções de amplificação para compensar seu ganho. Inicialmente, eram utilizados compensadores por regeneração elétrica, em que o sinal ótico transmitido era convertido para elétrico, amplificado e convertido para ótico novamente (HEADLEY e AGRAWAL, 2005). Porém, pelo fato desse tipo de compensador ser elétrico, a baixa taxa de transmissão limitada pela eletrônica da época e o seu alto custo o tornavam inviável em relação aos amplificadores posteriores, sendo esses óticos e baseados em dopagem de fibra com érbio - EDFA (*Erbium Doped Fiber Amplifier*) (HEADLEY e AGRAWAL, 2005).

Baseado na introdução do elemento químico érbio na composição da fibra ótica, o sinal luminoso que passa pelo EDFA é amplificado, sem perder suas características óticas. Assim, foram amplamente utilizados até a década de 90, principalmente por necessitarem de potências baixas de bombeio para atingirem altos valores de ganho (DESURVIRE, 1994), elevando seu custo-benefício para a época. No entanto, seu uso efetivo restringe-se às bandas C e L (1530-1625 nm), afetando seu desempenho com o crescimento exponencial de tráfego de dados atual, trazendo à tona os amplificadores óticos baseados no efeito de espalhamento de Raman (NAMIKI e EMORI, 2001).

Os amplificadores Raman, compostos por um ou mais bombeios de alta concentração de potência injetados, aproveitam-se de um efeito não-linear da fibra, gerando o Espalhamento Estimulado de Raman – SRS (*Stimulated Raman Scattering*) (DESURVIRE, 1986). Além de permitirem o uso efetivo de maior banda e aumentarem a relação sinal-ruído (SNR) do sinal

recebido (NISSOV, 1997), esses amplificadores permitem o gerenciamento da variação entre o ganho máximo e mínimo do sinal (*ripple*), utilizando múltiplos bombeios em diferentes comprimentos de onda, buscando o melhor *ripple* possível (CASTELLANI e LOPES, 2018).

1.1 Justificativa

Em sistemas de telecomunicações modernos, é comum o uso de múltiplos amplificadores Raman ao longo da rede, dispostos normalmente de forma que um amplificador atenda cada trecho (BARBOZA, 2004). Esses dispositivos utilizam lasers de bombeio para gerar a amplificação do sinal, cuja potência pode não ser totalmente consumida em um trecho de transmissão. Essa potência excedente pode ser definida como um bombeio residual, que em situações convencionais não são aproveitados, podendo ser reutilizados como novos bombeios em outros trechos a partir do uso de acopladores, permitindo a economia de bombeios adicionais na rede (SINGH, KAUR e KAUSHAL, 2020).

Como as redes atuais suprem uma alta densidade de dados a taxas de transmissão elevadíssimas, na ordem de 10^8 bits/s para cada usuário, com múltiplos *endpoints* simultâneos, necessitam de alta complexidade de construção, com vários componentes que garantam a qualidade do sinal transmitido até a recepção. Entre esses componentes, os amplificadores Raman se fazem presentes, cuja otimização a ser realizada neste trabalho poderá resultar em um modelo de rede que diminuirá consideravelmente a quantidade de amplificadores necessários, gerando economia financeira às companhias de telecomunicação, possibilitando conexões à rede mais acessíveis e uma melhor expansão do uso dessa tecnologia.

Portanto, este trabalho busca aproveitar os bombeios residuais gerados na transmissão em redes de múltiplos nós, otimizando o sistema a partir de uma única aplicação de bombeio residual na rede. Assim, essa aplicação inicial deve ser suficiente para estimular a amplificação, reduzindo o número de bombeios utilizados em relação a um modelo tradicional que utiliza um novo bombeio para cada nó. Dessa forma, deverá haver variação de ganho aproximadamente nulo em cada trecho de transmissão, garantindo que o sinal transmitido de qualquer ponto alcance o receptor com a mínima qualidade estabelecida. Como parâmetros de qualidade, é requisito que o sinal mantenha ganho médio de pelo menos -1 dB e *ripple* de no máximo 3 dB em cada transmissão, para que a atenuação da fibra seja compensada. Tais dados da rede são extraídos

a partir de simulações computacionais que permitem a observação do bombeio residual na rede (SINGH, KAUR e KAUSHAL, 2020), utilizando o *software* MATLAB.

Dessa forma, as simulações resultarão em matrizes de roteamento, ganho médio, potência média e *ripple* de cada transmissão da rede (MOTTA e BRITO, 2017), responsáveis por determinar os melhores arranjos de reciclagem de bombeios residuais nos *links* entre os nós, de forma que o modelo otimizado exija apenas uma única aplicação inicial de *lasers* de bombeio para satisfazer os requisitos da amplificação em cada trecho.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Gerais

O objetivo deste trabalho é construir um modelo de otimização de amplificadores Raman dispostos em uma rede de fibra ótica de múltiplos nós, a partir de matrizes de adjacência que determinarão a reaplicação do bombeio residual gerado pelos amplificadores da rede. Assim, busca-se aumentar a efetividade de ganho, a quantidade de componentes instalados e os custos de construção da rede, ainda mantendo o *ripple* do sinal em um nível aceitável.

1.2.2 Objetivos Específicos

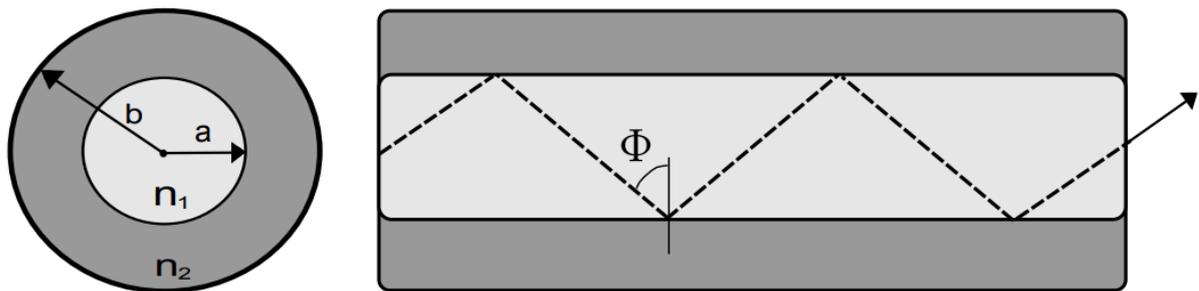
- Obter um algoritmo no *software* MATLAB capaz de aproveitar os programas já desenvolvidos em outros estudos de otimização de rede de fibra ótica ponto a ponto para aplicá-lo em um modelo de rede de múltiplos nós;
- Possibilitar a amplificação efetiva de uma rede de múltiplos nós com apenas uma aplicação inicial de *lasers* de bombeio;
- Obter uma configuração de roteamento de bombeios residuais ótima, além de dados de transmissão de cada trecho da rede, como potência, ganho médio e *ripple* do sinal;
- Obter vários modelos de rede de fibra ótica otimizados pela validação dos dados obtidos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Fibra Ótica

Fibras óticas são filamentos cilíndricos, geralmente de sílica, flexíveis e transparentes que servem de guia de ondas eletromagnéticas, utilizando o princípio de reflexão interna total entre seu núcleo interno e a casca que a reveste (AGRAWAL, 2010). Nesse princípio, a diferença dos índices de refração de ambas as camadas é responsável pela reflexão da luz, em que o índice do núcleo (n_1) deve ser maior que o da casca (n_2) para que a luz seja contida na fibra, permitindo que haja a transmissão do sinal de um ponto a outro do trecho, como mostrado na Figura 1. Tais índices distintos são ocasionados pela diferença do elemento de dopagem dos materiais (AGRAWAL, 2007).

Figura 1 – Seção transversal e longitudinal de uma fibra ótica com raio do núcleo a e raio da casca b .



Fonte: Castellani (2013).

Além da condição de $n_1 > n_2$, para que a reflexão total ocorra é necessário que o ângulo Φ , da incidência da luz sobre a superfície interna, seja maior que o ângulo crítico Φ_c , de acordo com a lei de Snell definida na Equação (2.1).

$$\Phi_c = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \quad (2.1)$$

Uma fibra ótica pode ser classificada como monomodo ou multi-modo, diferenciando-se pela quantidade de modos de onda que a fibra pode propagar simultaneamente. Essa classificação pode ser obtida a partir da Equação (2.2), em que λ é o comprimento de onda da luz transmitida, a é o raio do núcleo da fibra e n_1, n_2 os índices de refração já mencionados. A fibra ótica é

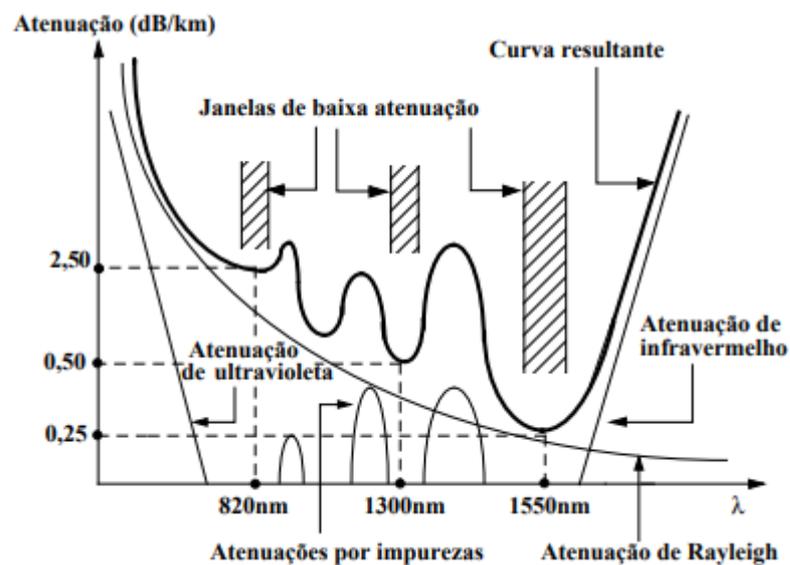
classificada como monomodo caso o número de modos de onda V permitidos para propagação na fibra não ultrapasse o valor de 2,405 (CASTELLANI, 2013).

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (2.2)$$

2.1.1 Atenuação

A atenuação é uma das principais características da fibra óptica, pois essa se relaciona com as perdas que podem ser apresentadas em um sistema de telecomunicação. A origem do efeito está relacionada ao comprimento de onda do sinal. Enquanto que em menores comprimentos de onda a atenuação surge pela absorção do ultravioleta (UV) e pelo espalhamento de Rayleigh, em maiores comprimentos de onda essa se dá principalmente pela absorção do infravermelho (Figura 2) (RIBEIRO, 1999).

Figura 2 – Atenuação espectral típica de uma fibra multimodo.



Fonte: Ribeiro (1999).

Na faixa mais comum para uso em telecomunicações, a atenuação predominante provém do espalhamento de Rayleigh, enquanto em comprimentos de onda nas extremidades do espectro ótico surge pela vibração dos elétrons, íons de impureza e moléculas. Esses fatores são potencializados pela qualidade de construção da fibra óptica, cujo processo de fabricação pode

resultar em pequenas variações e impurezas ao longo da fibra, gerando perdas em determinados comprimentos de onda (RIBEIRO, 1999).

O uso das fibras começou a ser viabilizado majoritariamente a partir de 1976, quando foi possível a obtenção de modelos cujas perdas eram de até 0,2 dB/km (AGRAWAL, 2010). Com isso, foi possível utilizá-las em redes de grandes distâncias de transmissão, utilizando amplificadores para compensarem as perdas por atenuação.

Sendo P_0 a potência de entrada do sinal transmitido em uma fibra de comprimento L e constante de atenuação α , a potência de saída P_T pode ser calculada por (SANTOS, 2007):

$$P_T = P_0 \exp(-\alpha L) \quad (2.3)$$

Em que α é (SANTOS, 2007):

$$\alpha = -\frac{1}{L} \ln \left(\frac{P_T}{P_0} \right) \quad (2.4)$$

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log \left(\frac{P_T}{P_0} \right) \quad (2.5)$$

2.1.2 Dispersão

A dispersão em fibras óticas relaciona-se à dependência que a velocidade de fase da luz tem de outros parâmetros (CASTELLANI, 2013). Esse fenômeno ocorre a partir da interação da onda eletromagnética da luz transmitida com a fibra ótica, ocorrendo principalmente em fibras multimodo, pois a luz propagada em vários modos possui velocidades diferentes. Já em fibras monomodo, há a presença desse efeito por conta das diferentes velocidades que a luz apresenta quando há diferentes comprimentos de onda se propagando na fibra (AGRAWAL, 2009).

A Equação (2.6) apresenta o equacionamento desse efeito, apresentada na forma de uma série de Taylor, a partir da expansão da constante do modo de propagação β , dependente do índice de refração $n(\omega)$.

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (2.6)$$

Em que:

$$\beta_m = \left(\frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.7)$$

Na definição de $\beta(\omega)$, há a dependência dos parâmetros β_1 e β_2 , relacionando às derivadas de ordem 1 e 2, respectivamente, do índice de refração, como apresentado nas Equações (2.8) e (2.9). O coeficiente β_1 é inversamente proporcional a v_g , ou seja, à velocidade de grupo de um pulso ótico com diferentes componentes espectrais, enquanto β_2 caracteriza a dispersão da velocidade de grupo (GVD, *group-velocity dispersion*), responsável por ocasionar o alargamento do pulso (AGRAWAL, 2007).

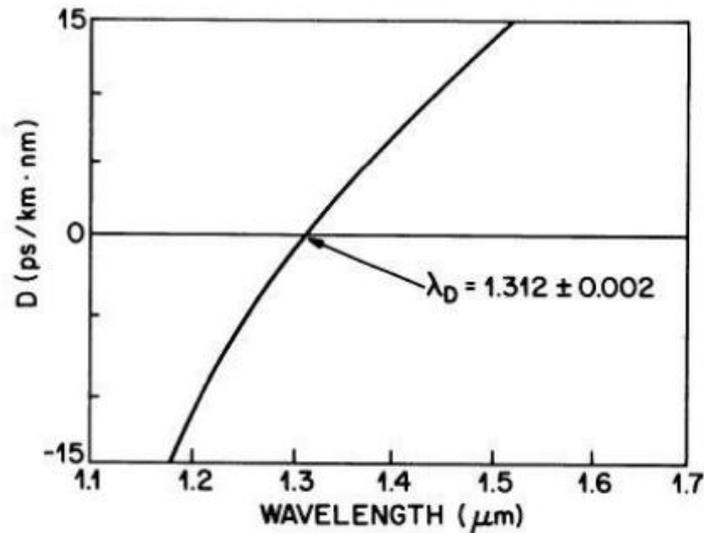
$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{1}{c} \left(c - \omega \frac{dn}{d\omega} \right) \quad (2.8)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left(2 \frac{dn}{d\omega} - \omega^2 \frac{d^2n}{d\omega^2} \right) \quad (2.9)$$

Assim, o parâmetro da dispersão D pode ser definido a partir da seguinte aproximação (CASTELLANI, 2013):

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \approx \frac{\lambda}{c} \frac{d^2n}{d\lambda^2} \quad (2.10)$$

Portanto, pela Equação (2.10) nota-se a dependência da dispersão D em relação ao comprimento de onda λ , relação que é exposta pelo Gráfico 1.

Gráfico 1 - Curva de dispersão D de uma onda em uma fibra ótica de sílica.

Fonte: Agrawal, 2007.

Nota-se que λ_D apresenta o comprimento de onda em que a dispersão D é nula, podendo ter seu valor variado em relação ao comprimento de onda do pulso. Para valores de D abaixo de 0, a dispersão é considerada normal, e anômala caso contrário. Essa classificação caracteriza o comportamento da velocidade de dispersão do pulso, sendo que em regime normal as frequências maiores apresentam menores velocidades e em regime anômalo frequências menores são mais lentas (SANTOS, 2007).

Outro parâmetro relevante para a dispersão é β_3 , que faz parte do termo elevado à terceira potência da série de Taylor da Equação (2.6) e caracteriza a propagação de pulsos ultra curtos, de período $T_0 < 1$ ps, conhecido como parâmetro dispersão de terceira ordem (TOD, *third-order dispersion*).

Um dos efeitos que prejudicam a transmissão de luz em fibras óticas ocasionados pela dispersão é o alargamento dos pulsos, causado pela diferença de velocidade de propagação de diferentes componentes espectrais do pulso transmitido (AGRAWAL, 2007). Tal fator causa o aumento da duração do pulso e diminui sua amplitude, podendo causar interferência intersimbólica (IIS). Esse efeito linear é quase sempre esperado de ocorrer em um sistema de telecomunicação e, diferentemente dos efeitos não lineares, pode ser compensado de maneira controlada, para que seja o menos nocivo possível.

2.2 Amplificadores Raman

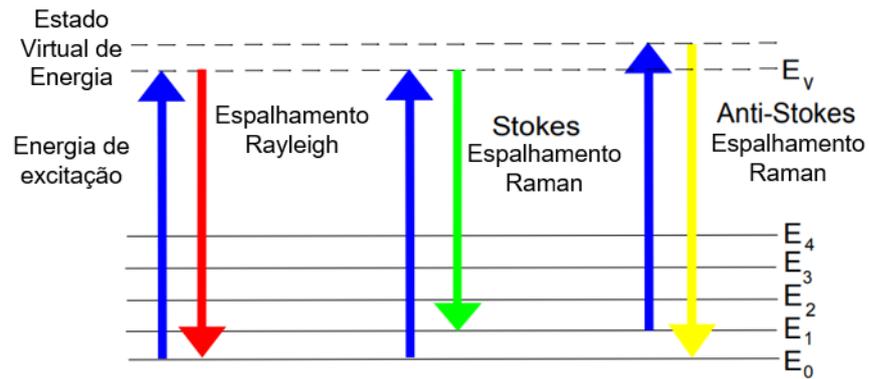
Os amplificadores Raman são dispositivos óticos que se aproveitam do efeito linear de Espalhamento Estimulado de Raman (SRS) para amplificar a potência da banda do sinal transmitido na fibra ótica (DESUVIRE, 1986). Esses amplificadores tiveram sua ascensão no fim da década de 80, a partir da evolução do desenvolvimento de *lasers* de alta potência, muito usados em bombeios dos amplificadores Raman. Atualmente, são muito utilizados por permitirem o uso efetivo de maior banda e aumentarem a relação sinal-ruído (SNR) do sinal recebido (NISSOV, 1997) em relação a outros amplificadores, como os por dopagem de érbio. Assim, permitem o gerenciamento da variação entre o ganho máximo e mínimo do sinal (*ripple*), utilizando múltiplos bombeios em diferentes comprimentos de onda, buscando o melhor *ripple* possível (CASTELLANI e LOPES, 2018).

O Espalhamento de Raman é um efeito inelástico em que parte da energia da luz incidente é absorvida no meio na forma de vibrações moleculares em certos estados de energia. Pela Equação (2.11), a relação de Planck demonstra a relação entre a energia E de um fóton e a frequência f (LAGE, 2020), em que h é a constante de Planck.

$$E = h \times f \quad (2.11)$$

Assim, nesse efeito as moléculas excitadas energeticamente passam de um estado inicial de energia E_0 a um superior e instável E_v . A fim de atingir a estabilização energética, o fóton libera a energia absorvida pelo efeito de espalhamento, caracterizado de acordo com a quantidade de energia espalhada. Se a energia da radiação espalhada for igual à incidente, há o espalhamento Rayleigh, mas no caso de haver diferença entre ambas o estado de energia do fóton estará na região de Stokes (usado no espalhamento Raman), caso a energia espalhada seja menor que a incidente, e anti-Stokes caso contrário (FARIA, AFONSO e EDWARDS, 2002).

Figura 3 - Transferência de estados energéticos em espalhamentos de Raman e Rayleigh.

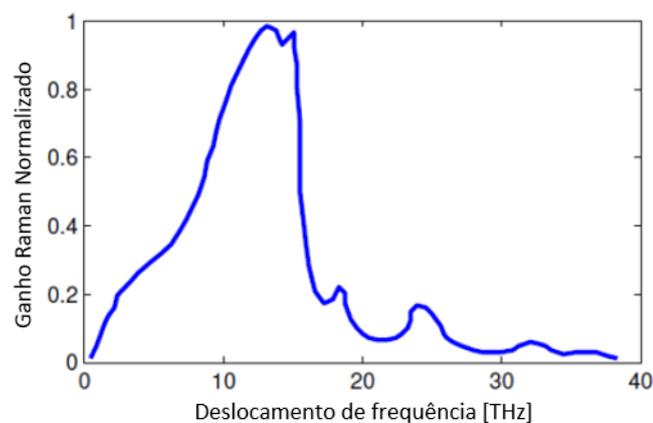


Fonte: Castellani, 2013.

O processo de estimulação do Espalhamento de Raman ocorre a partir da pré-existência de um sinal na frequência de Stokes ω_s juntamente com um feixe de *laser* na frequência de bombeio ω_p (CASTELLANI, 2013), gerando o Espalhamento Estimulado de Raman (SRS). Com isso, pode-se utilizar o ganho energético gerado por esse efeito para amplificar a potência do sinal transmitido em fibra ótica, por meio dos amplificadores de Raman.

Como observado no Gráfico 2, há uma grande banda disponível para a operação dos amplificadores Raman, sendo possível obter ganhos significativos em deslocamentos de frequência de até 40 THz no caso das fibras de sílica. Porém, haverá maior aproveitamento de ganho na faixa de 12-15 THz.

Gráfico 2 - Curva de ganho Raman em fibras de sílica.



Fonte: Castellani, 2013.

2.3 Modelagem de Amplificadores Raman

Há dois métodos principais capazes de gerarem um modelo de amplificadores Raman. O mais completo e complexo a ser avaliado é um método numérico que utiliza a extensão da equação não-linear de Schrödinger (ENLSE, *Extended Nonlinear Schrödinger Equation*), baseado na evolução do campo eletromagnético (CASTELLANI et al, 2009). Os métodos numéricos, como o ENLSE, permitem a consideração de efeitos como depleção de bombeio, determinação de OSNR, entre outros para a determinação de um modelo, esses que não podem ser avaliados pelos métodos analíticos. Porém, métodos numéricos tendem a ser pouco práticos para simulações de otimização por busca exaustiva para modelagem, por demandarem elevado tempo computacional para cada iteração, tendo em conta sua maior precisão nos resultados (CANI, FREITAS, ALMEIDA e CALMON, 2003). Assim, essa metodologia pode ser melhor aproveitada por métodos analíticos, devido ao grande número de iterações necessárias nas simulações.

2.3.1 Modelo Numérico

A Equação (2.12) apresenta um modelo numérico de amplificadores Raman, obtido a partir da expansão não-linear da Equação de Schrödinger, solucionada pelo método da etapa dividida de Fourier, cujo processo de solução é detalhado em (CANI, FREITAS, ALMEIDA e CALMON, 2003).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial A_{\nu}^{\pm}}{\partial z} - d_{ref,\nu} \frac{\partial A_{\nu}^{\pm}}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_{2\nu} \frac{\partial^2 A_{\nu}^{\pm}}{\partial t^2} - \frac{j}{6} \beta_{3\nu} \frac{\partial^3 A_{\nu}^{\pm}}{\partial t^3} = \mp \frac{a_{\nu}}{2} A_{\nu}^{\pm} \\
+ j\gamma_{\nu} \left[|A_{\nu}^{\pm}|^2 + \left(\sum_{\sigma=1}^{Nc} 2|A_{\sigma}^{\pm}|^2 \right) - 2|A_{\sigma}^{\pm}|^2 \right] A_{\nu}^{\pm} \\
\pm A_{\nu}^{\pm} \sum_{\mu > \nu} \frac{C_{R,\mu\nu}}{2\Gamma} |A_{\mu}^{\pm}|^2 \\
\mp A_{\nu}^{\pm} \sum_{\mu < \nu} \frac{\nu C_{R,\nu\mu}}{\mu 2\Gamma} |A_{\mu}^{\pm}|^2 \\
\mp A_{\nu}^{\pm} \sum_{\mu < \nu} \frac{\nu C_{R,\nu\mu}}{\mu 2\Gamma} \left[1 + \frac{1}{\exp\left[\frac{h(\nu - \mu)}{kT}\right] - 1} \right] 2N_{E\mu}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Sendo A_v a amplitude do sinal, t o tempo, z o comprimento da fibra, γ_v o parâmetro não-linear, α_v o coeficiente de atenuação, ν , μ e σ frequências lineares e N_c o total de amplitudes complexas que propagam na fibra ótica. A partir disso, pode-se obter a simplificação desse modelo referente à propagação de potência de amplificadores Raman, disposta pela Equação (2.13) (CASTELLANI et al, 2009).

$$\begin{aligned} \frac{dP_v^\pm}{dz} = & \mp \alpha_v P_v^\pm \pm \varepsilon_v P_v^\mp \pm P_v^\pm \sum_{\mu > \nu} \frac{C_{R,\mu\nu}}{\Gamma} (P_\mu^+ + P_\mu^-) \\ & \pm 2N_{E,\nu} \sum_{\mu > \nu} \frac{C_{R,\mu\nu}}{\Gamma} (P_\mu^+ + P_\mu^-) T_N \mp P_v^\pm \sum_{\mu < \nu} \frac{C_{R,\mu\nu}}{\Gamma} (P_\mu^+ + P_\mu^-) \\ & \mp P_v^\pm \sum_{\mu < \nu} \frac{C_{R,\mu\nu}}{\Gamma} 4N_{E,\mu} \left[1 + \frac{1}{\exp\left[\frac{h(\nu - \mu)}{kT}\right] - 1} \right] \end{aligned} \quad (2.13)$$

Em que P_ν e P_μ são potências óticas nas frequências μ e ν , respectivamente.

2.3.2 Modelo Analítico

Esse modelo será o objeto de referência principal deste trabalho, visto que ele apresenta uma solução simplificada de amplificadores Raman eficiente em termos de tempo computacional para a predição de ganho e *ripple* nas simulações a serem realizadas. Tal simplificação consiste na omissão de alguns efeitos óticos na análise do modelo analítico, visto que esses possuem pouca influência sobre sistemas de múltiplos bombeios, como os efeitos de emissão espontânea amplificada (ASE, *Amplified Spontaneous Emission*) e de espalhamento duplo de Rayleigh (DRS, *Double Rayleigh Scattering*) (FLUDGER, HANDEREK e MEARS, 2001), (PERLIN e WINFUL, 2002). Entretanto, esse modelo simplificado limita a potência dos bombeios a serem utilizados nos amplificadores Raman, pois para potências muito altas os resultados do modelo se tornam insatisfatórios. Assim, o modelo analítico considera alguns parâmetros dependentes do comprimento de onda, como variação de área efetiva e coeficientes de perda de sinal individual (CASTELLANI et al, 2009).

Tal modelo é obtido a partir de sucessivas iterações de simulações computacionais, considerando um amplificador Raman com três bombeios de frequências μ , ν e σ , cuja primeira

iteração relaciona a evolução de potência de bombeio P referente a cada frequência. As Equações (2.14) até (2.16) apresentam o modelo para bombeio co-propagante obtido a partir dessas iterações (CANI, 2007).

$$\frac{dP_\sigma}{dz} = P_\sigma \left(\alpha + \frac{C_{R,\sigma\mu}P_\mu}{\Gamma} + \frac{C_{R,\sigma\nu}P_\nu}{\Gamma} \right) \quad (2.14)$$

$$\frac{dP_\nu}{dz} = P_\nu \left(\alpha + \frac{C_{R,\nu\mu}P_\mu}{\Gamma} + \frac{\nu C_{R,\sigma\nu}P_\sigma}{\sigma\Gamma} \right) \quad (2.15)$$

$$\frac{dP_\mu}{dz} = P_\mu \left(\alpha + \frac{\mu C_{R,\nu\mu}P_\nu}{\nu\Gamma} + \frac{\mu C_{R,\sigma\mu}P_\sigma}{\sigma\Gamma} \right) \quad (2.16)$$

Sendo α o coeficiente de atenuação e C_R a eficiência de ganho entre duas frequências.

Após sucessivas iterações, é possível obter o modelo analítico genérico da evolução de potência de um bombeio, nesse caso em um sistema de 3 frequências diferentes, pela Equação (2.17) (CANI, 2007).

$$\begin{aligned} P_\mu^{(2)}(z) &= P_\mu(L) \exp[-\alpha z - 1] \\ &\times \exp \left[\sum_{\nu > \mu} \left[A(\mu, \nu) \frac{1 - \exp[\Lambda(z)B(\nu, \sigma)]}{B(\nu, \sigma)} \right] \right] \\ &\times \exp \left[\sum_{\nu < \mu} \left[\frac{-\mu}{\nu} A(\mu, \nu) \frac{1 - \exp[\Lambda(z)B(\nu, \sigma)]}{B(\nu, \sigma)} \right] \right] \end{aligned} \quad (2.17)$$

Sendo $A(\mu, \nu) = C_{R,\mu\nu}P_\nu(L)/L$, $B(\nu, \sigma) = \sum_{\sigma < \nu} \frac{\nu C_{R,\nu\sigma}P_\sigma(L)}{L} - \sum_{\sigma > \nu} C_{R,\nu\sigma}P_\sigma(L)$ e $\Lambda(z) = -(1 - \exp[-z - 1]) / (\alpha\Gamma)$.

Quanto à evolução da potência do sinal amplificado, a partir da Equação (2.17) é possível obter

$$\frac{dP_\nu}{dz} = -\alpha_\nu P_\nu + \sum_{N_P} \frac{C_{R,\mu\nu}P_\mu^{(2)}}{\Gamma} P_\nu \quad (2.18)$$

Em que N_P é um número arbitrário de bombeios de co-propagação (CANI, 2007). Pela integração da Equação (2.18), obtém-se o modelo de ganho do sinal amplificado, apresentado abaixo (CANI, 2007).

$$G(\nu, L) = \exp[-\alpha_\nu L] \exp \left[\int_0^L \left(\sum_{N_p} \frac{C_{R,\rho\nu}}{r} P_\rho(z) dz \right) \right] \quad (2.19)$$

Sendo G o ganho do sinal, L o comprimento da fibra ótica, ρ as frequências de bombeio, P_ρ a potência do bombeio e α o coeficiente de atenuação. A partir desse modelo, é possível obter o ganho do sinal da amplificação Raman de um ponto a outro da rede. Portanto, a Equação (2.19) será utilizada repetidamente para o cálculo de cada transmissão nas simulações computacionais, buscando o ganho ideal a partir dos parâmetros de cada trecho da rede, buscando a melhor otimização possível.

2.4 Bombeio Residual de Amplificadores Raman

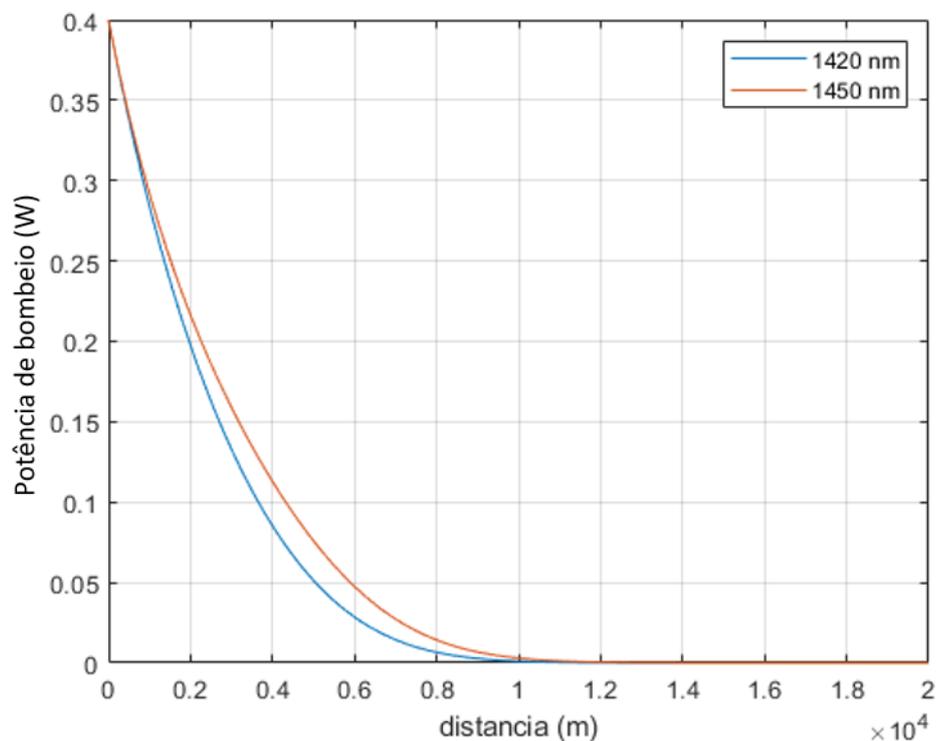
Como mencionado anteriormente, os amplificadores Raman, utilizados na compensação de sinais transmitidos em fibra ótica, fazem uso de *lasers* de bombeio, de frequência ω_p , para gerar a amplificação. A transmissão desses componentes na fibra é feita juntamente ao sinal transmitido, estimulando o efeito do espalhamento Raman pela interação dos bombeios de frequência ω_p e o sinal na frequência de Stokes ω_s , produzindo a amplificação na frequência ω_s . Além disso, há vantagem da possibilidade de melhor configuração do espectro de ganho da amplificação a partir do ajuste das frequências dos *lasers* de bombeio (ISLAM, 2002).

Ao longo da amplificação em um trecho de transmissão, a potência dos *lasers* de bombeio é transferida pela estimulação do espalhamento de Raman. Portanto, ao final da transmissão a potência do espectro ótico na frequência de bombeio ω_p geralmente é menor que a potência inicial. Em alguns casos, a potência final pode ser praticamente nula, demonstrando que a potência dos bombeios foi totalmente utilizada na amplificação, o que normalmente ocorre em transmissões de longas distâncias. Já em outras situações, os sinais de bombeio podem apresentar potência significativa, em que não foram totalmente utilizadas na amplificação, sendo assim considerados bombeios residuais. Dessa forma, tais sinais podem ser utilizados em uma nova transmissão na rede que faça uso de amplificadores Raman, visto que há potência na frequência de bombeio disponível para estimular o espalhamento Raman.

Para demonstrar a transferência de potência dos sinais de bombeio ao longo de uma transmissão, foi utilizado o algoritmo de método analítico mencionado no item anterior em uma

transmissão ponto a ponto com uso de amplificador Raman para gerar os gráficos a seguir. Com uso de dois comprimentos de onda de bombeio de $\lambda_{p1} = 1420 \text{ nm}$; $\lambda_{p2} = 1450 \text{ nm}$ e potência de 0.4 W em cada frequência, o Gráfico 3 apresenta a curva de potência em Watts dos sinais de bombeio ao longo de uma transmissão de fibra ótica com comprimento de 20 km. O gráfico demonstra que ao final da transmissão há potência restante praticamente nula, não havendo sinal residual de bombeio, impossibilitando sua reutilização em uma nova transmissão na rede.

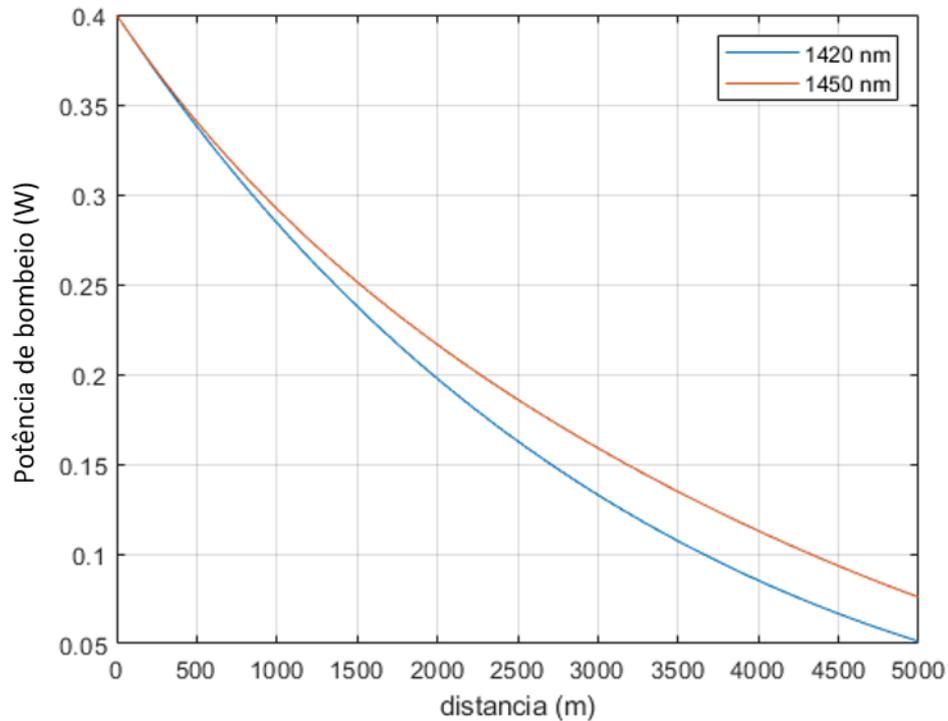
Gráfico 3 – Curva de potência dos sinais de bombeio em uma transmissão de 20 km.



Fonte: produzido pelo próprio autor.

Analogamente, o Gráfico 4 apresenta a curva de potência em Watts dos sinais de bombeio sob as mesmas condições, porém com um *link* de comprimento de 5 km. Nesse caso, é notável que os sinais ainda apresentam potência restante ao final da transmissão, configurando a presença de bombeios residuais que podem ser utilizados em uma nova transmissão na rede.

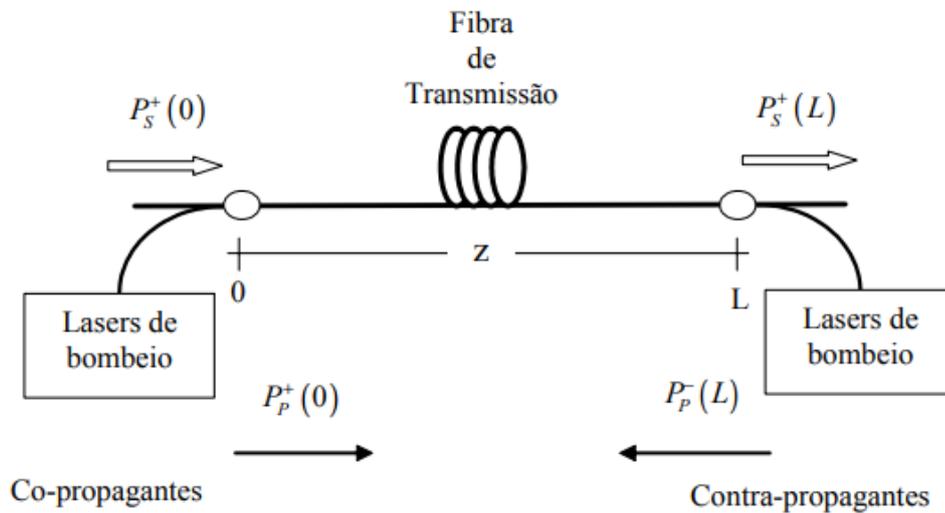
Gráfico 4 – Curva de potência dos sinais de bombeio em uma transmissão de 5 km.



Fonte: produzido pelo próprio autor.

O uso de bombeios residuais em outras transmissões da rede pode ser feito a partir de uma configuração co-propagante, adotada por ser melhor indicada para uso de pré-amplificadores de sinal. Nessa configuração, o sinal transmitido e o *laser* de bombeio se propagam no mesmo sentido na fibra, ao contrário da configuração contra-propagante adotada pelos estudos de Cani (2009) de uma transmissão ponto a ponto. A topologia de ambas configurações é apresentada na Figura 4.

Figura 4 – Representação de transmissões com configurações de bombeio co-propagante e contra-propagante.



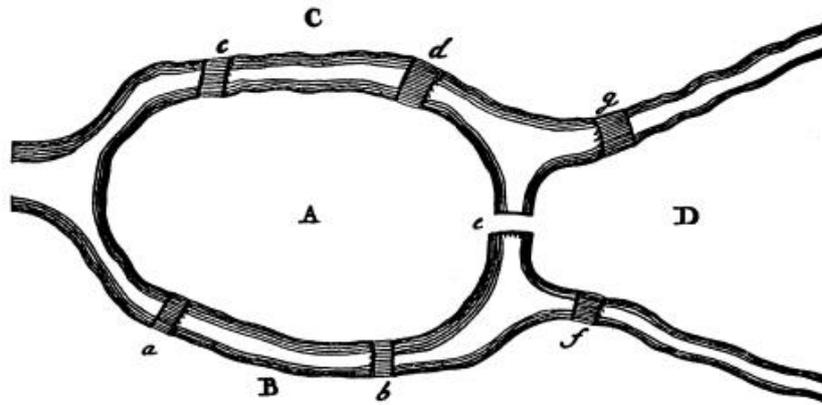
Fonte: Cani, 2007.

O conceito do uso de bombeios residuais em outras transmissões em uma rede de fibra óptica fundamenta a otimização de rede tratada neste trabalho. Nas secções seguintes, será abordado com maiores detalhes o método de reutilização dos bombeios residuais para otimizar o uso de bombeios dos amplificadores Raman em uma rede.

2.5 Teoria de Grafos

A origem da Teoria de Grafos por sua definição formal surgiu apenas no século XX, sendo considerada recente na história da Matemática. Porém, os primeiros indícios de suas referências se dão em 1736, a partir da resolução de Euler do Problema das Pontes de Königsberg (Figura 5), referindo-se às pontes que haviam na cidade de Königsberg. Muito se discutia acerca da possibilidade de se cruzar todas as pontes sem repetir nenhuma e não se conseguiu provar matematicamente a impossibilidade do problema até a resolução de Euler (BIGGS, LLOYD e WILSON, 1986).

Figura 5 – Representação das Pontes de Königsberg.



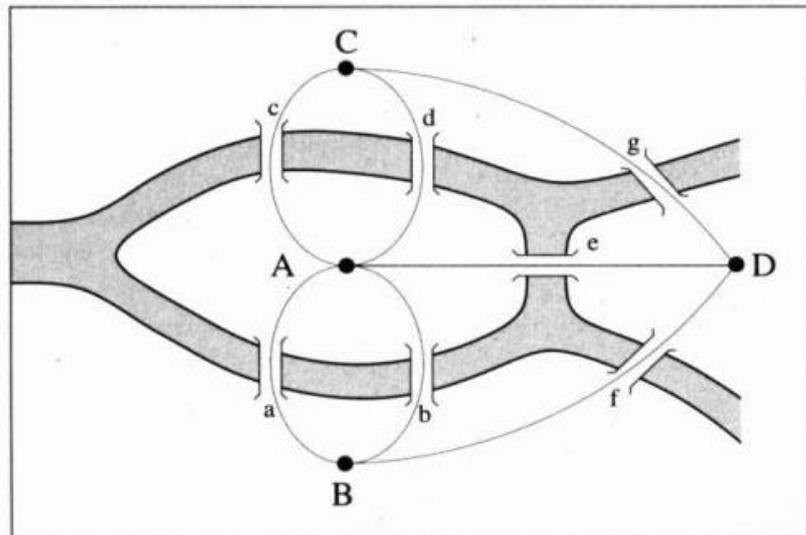
Fonte: Biggs, Lloyd, Wilson, 1986.

Apesar dos conceitos da Teoria de Grafos terem sido usados por Euler, foi em 1877 que James Joseph Sylvester publicou o primeiro artigo na revista *Nature* contendo o termo grafo (MELO, 2014).

2.5.1 Definições

Há várias definições possíveis para um grafo, sendo que um grafo simples G pode ser definido como um conjunto finito e não vazio V de objetos, denominados como vértices, e um conjunto de pares não ordenados de vértices, denominados de arestas, de forma que $G = (V; E)$ (MELO, 2014). Pode-se representar um grafo por meio de um diagrama, dispondo os vértices ao longo de um plano e interligando-os com arcos que representam as arestas. Tomando em conta o exemplo das Pontes de Königsberg, a Figura 6 apresenta o diagrama do grafo correspondente à Figura 5, em que os vértices são os locais de acesso (A, B, C e D) e as arestas as pontes (a, b, c, d, e, f e g).

Figura 6 – Diagrama do grafo do problema das Pontes de Königsberg.



Fonte: Dantas, 2010.

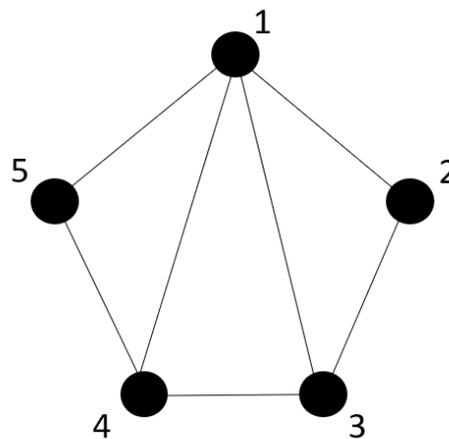
Um grafo G de n vértices e m arestas pode ser chamado de $G(n, m)$. Portanto, o grafo apresentado na Figura 6 pode ser chamado de $G(4, 7)$. Por definição, esse grafo é um multigrafo, pois dois vértices podem ser interligados por mais de 1 aresta, diferindo-se da definição dada de grafo simples (BENJAMIN, CHARTRAND e ZHANG, 2015). Um grafo pode ser direcionado (ou orientado), cujas arestas são orientadas em direção a um vértice, geralmente indicada por uma seta sobre a aresta.

Algumas definições notáveis de grafos devem ser destacadas, tais como (BENJAMIN, CHARTRAND e ZHANG, 2015):

- a) Caminho: subconjunto de um grafo G que contém os vértices listados de forma sequencial, em que um caminho $P = (u = v_0, v_1, \dots, v_k = v)$, sendo v_0, \dots, v_k vértices de G e $\{v_0, v_1\}, \dots, \{v_{k-1}, v_k\}$ suas arestas.
- b) Grau: indica o número de arestas incidentes em um vértice de um grafo. No caso da Figura 6, é perceptível que o vértice A possui grau 5, por exemplo.
- c) Conexidade: um grafo G é conexo se possui pelo menos um caminho para andar de um vértice qualquer a outro pelas arestas do grafo.
- d) Ciclo: trata-se de um caminho do grafo que possua origem e chegada no mesmo vértice.

- e) **Árvore:** é um grafo T conexo que não possui ciclos. Uma árvore T pode ser chamada de geradora de um grafo G se T é um subgrafo de G , possuindo todos os vértices de G interligados por arestas.
- f) **Matriz de adjacências:** uma matriz de adjacências $A(G)$ é uma representação matricial de um grafo G , cujas dimensões são iguais ao número de vértices de G . Assim, pode-se representar as arestas a partir da disposição de valores na matriz, em que um valor na posição $i \times j$ apresenta uma aresta que sai do vértice i e vai até o vértice j . No caso de uma matriz de adjacências ponderada, tais valores podem apresentar “pesos”, a fim de quantificar diferentes atributos, como comprimento das arestas. Pela Equação (2.20), observa-se a matriz de adjacências $A(G)$ do grafo $G(5,7)$ da Figura 7. É perceptível que a matriz $A(G)$ é simétrica, sendo uma característica de toda matriz de adjacências de um grafo simples.

Figura 7 – Diagrama de Grafos de $G(5,7)$.



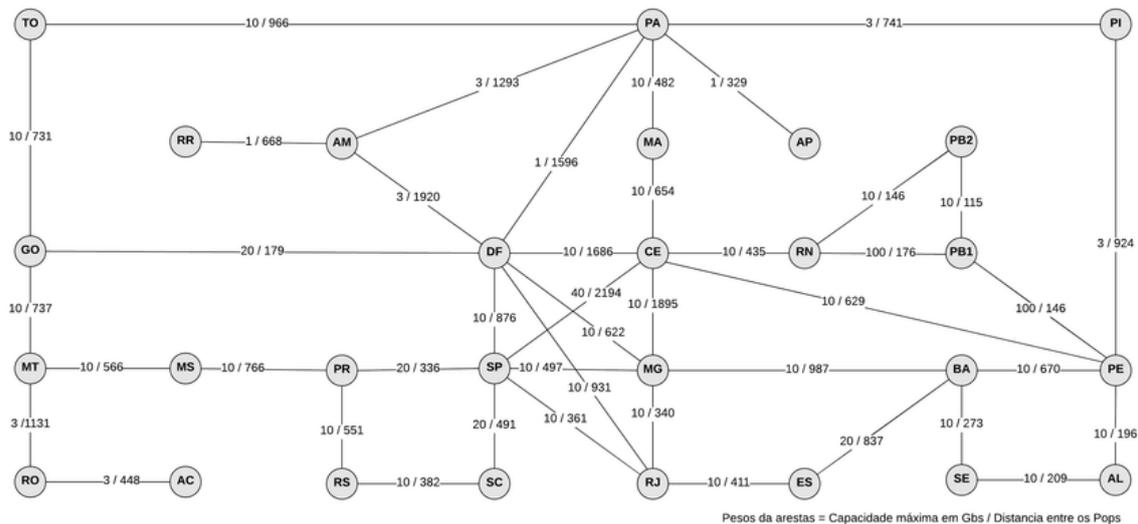
Fonte: Produzida pelo próprio autor.

$$A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

2.5.2 Aplicação em Telecomunicações

Grafos são comumente utilizados para representar redes de telecomunicações, cujos vértices podem representar pontos de transmissão/recepção do sinal, centros de distribuição, amplificadores, entre outros, enquanto as arestas são os caminhos de transmissão do sinal de um vértice a outro. A Figura 8 apresenta a representação da Rede Ipê (BISPO, VARJÃO e BRITO, 2018), que cruza todo o território nacional e transmite dados da rede e internet banda larga por dezenas de cidades do Brasil por fibra ótica. Nesse caso, cada vértice apresenta uma cidade a receber/transmitir o sinal e suas arestas mostram os possíveis trajetos de transmissão ponto a ponto.

Figura 8 – Representação da Rede Ipê em diagrama de grafos.



Fonte: Bispo, Varjão e Brito, 2018.

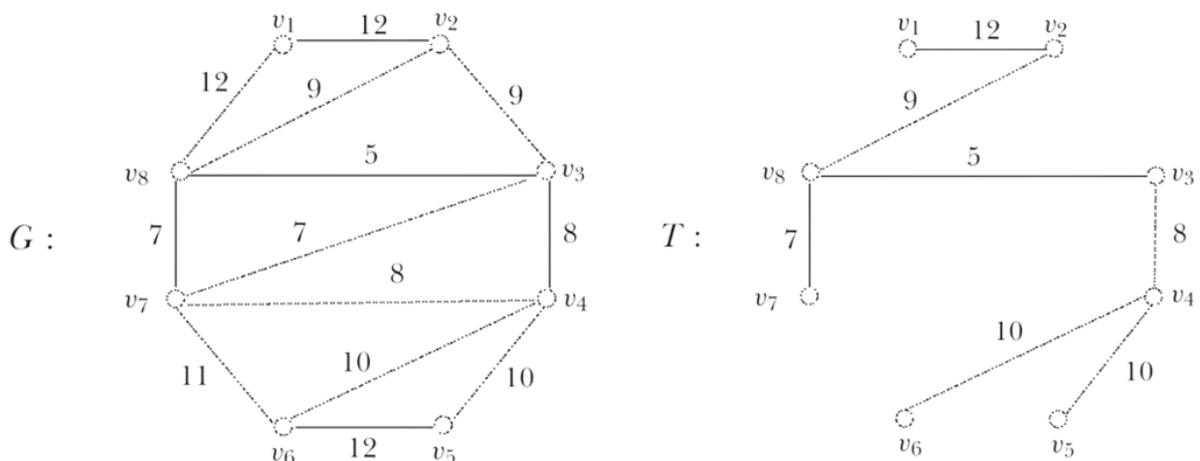
A partir da representação da rede por um grafo, é possível representá-lo por uma matriz de adjacências, como exemplificada pela Equação (2.20). Tal representação é bastante útil para representar numericamente um grafo, trazendo mais versatilidade para a realização de cálculos ou simulações computacionais que utilizem o diagrama de grafos. Neste trabalho, tal representação é útil para modelar numericamente o grafo da rede nas simulações, contendo pesos das arestas correspondentes ao comprimento de cada *link* da rede. Com essa abordagem, é possível obter a otimização do roteamento de bombeios proposta em qualquer rede que possa ser representada por um grafo simples.

2.5.3 Algoritmo de Kruskal

O Algoritmo de Kruskal, proposto em 1956 pelo americano Joseph Bernard Kruskal Jr., busca uma árvore geradora mínima para um grafo conexo com pesos, ou seja, uma árvore geradora T de um grafo G que possua a menor soma dos pesos das arestas possível. Tal algoritmo diz que: seja G um grafo conexo ponderado de ordem n . Um alcance mínimo da árvore T de G pode ser construída da seguinte forma (BENJAMIN, CHARTRAND e ZHANG, 2015): selecione uma aresta e_1 de menor peso de G para T , seguido por qualquer aresta e_2 de $G - e_1$, também de menor peso. Uma vez que foram selecionadas k arestas e_1, e_2, \dots, e_k ($2 \leq k \leq n - 2$) para T , selecione qualquer outra aresta e_{k+1} de menor peso tal que nenhum ciclo seja formado pelas arestas e_1, e_2, \dots, e_{k+1} .

Isso pode ser observado a partir da Figura 9, em que um grafo G conexo e com pesos é submetido ao algoritmo de Kruskal, de forma a obter uma árvore geradora mínima, disposta no grafo T . Essa árvore é formada pelos menores caminhos possíveis de G , garantindo menores percursos de um ponto a outro do grafo. Esse conceito será utilizado neste trabalho para simplificar a rede proposta, obtendo um novo modelo de rede com menos *links* e, consequentemente, menos configurações de roteamento. Com isso, é esperado que a otimização do modelo simplificado pelo algoritmo de Kruskal resulte dados melhores em relação aos outros modelos propostos.

Figura 9 – Diagrama de Grafos de G e sua árvore geradora mínima T .



Fonte: Benjamin, Chartrand e Zhang, 2015.

3 METODOLOGIA E ETAPAS DE DESENVOLVIMENTO

De modo a alcançar os objetivos desejados, foram necessários estudos acerca dos efeitos não lineares em fibra ótica, em especial o espalhamento de Raman, esse que é o efeito responsável por caracterizar o funcionamento dos amplificadores Raman, a partir dos trabalhos de Agrawal (2007 e 2010). Também foram estudados os modelos de otimização de uma rede ponto a ponto de Castellani (2009) e Andrade (2019), que serviram de base para compor a rede de múltiplos pontos deste trabalho. Os estudos de Teoria de Grafos foram necessários para a representação da rede modelada por um diagrama de grafos e por uma matriz de adjacências, além da utilização do Algoritmo de Kruskal para a obtenção de uma simplificação da rede proposta, a fim de se obter uma otimização ainda melhor.

3.1 Método de Otimização da Rede

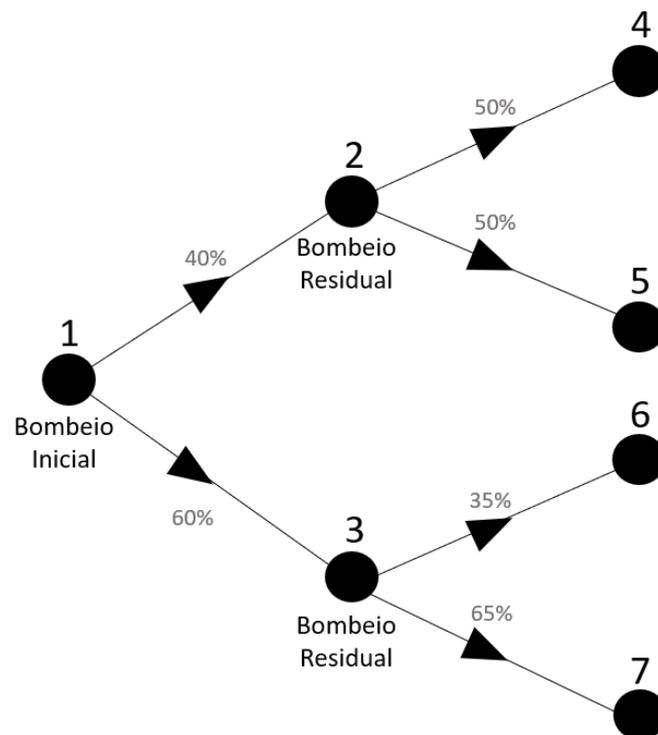
O algoritmo de simulação de rede utilizado neste trabalho foi implementado para seguir o método de otimização por busca exaustiva, que consiste na realização de diversas iterações de uma simulação com diferentes parâmetros de entrada, a fim de se obter os resultados esperados pela comparação de cada iteração. Aplicando-o para o contexto de redes, esse método possibilita que se encontre a melhor resposta de transmissão de sinal em uma rede para parâmetros como comprimento dos enlaces, potência do sinal de entrada, potência do amplificador do sinal, banda do sinal, entre outros.

A otimização tratada neste trabalho é referente ao melhor uso possível de uma única configuração de *lasers* de bombeio em amplificadores Raman de uma rede de fibra ótica com múltiplos pontos de transmissão/recepção. Foi utilizado um bombeio inicial, cujos parâmetros são definidos no item 3.2, cuja potência dos sinais é dividida entre os trechos da rede pelos quais o nó inicial realiza a transmissão do sinal. Ao final de cada transmissão mencionada, provavelmente haverá potência de bombeio residual passível de reaproveitamento em outras

transmissões. Dessa forma, a potência do bombeio residual é dividida entre os trechos de transmissão do nó atual, similarmente ao que ocorre com o bombeio inicial, configurando o processo de roteamento dos bombeios residuais.

Os roteamentos se referem à da divisão da potência dos sinais de bombeio restantes em um ponto de transmissão entre os pontos receptores, em proporção percentual. Por exemplo, tomando em conta a rede representada pela Figura 10, o vértice 1 roteia 40% da potência do sinal de bombeio inicial para o vértice 2 e 60% para o vértice 3. Dessa forma, a amplificação no trecho entre os vértices 1 e 2 utiliza apenas 40% da potência de bombeio inicial, assim como entre os vértices 1 e 3 utiliza apenas 60%. É esperado que ao final dessas transmissões restem bombeios residuais, que são novamente roteados para os nós seguintes nas proporções indicadas.

Figura 10 – Esquemático do funcionamento do roteamento de bombeios em uma rede.



Fonte: produzida pelo próprio autor.

As simulações realizadas para obter a otimização da rede realizaram cálculos de transmissão dos trechos para diversas proporções percentuais de roteamento. Cada proporção corresponde a uma configuração de roteamento dos bombeios e foram testadas todas as possibilidades de

configurações na rede variando as proporções de 1 em 1% para transmissões em vértices de grau 2 e de 5 em 5% nos de grau 3.

Para encontrar a melhor configuração de roteamento dos bombeios dos amplificadores Raman, em cada iteração foram calculados os dados de ganho, potência e *ripple* do sinal transmitido em uma configuração de roteamento dos bombeios diferente. A melhor configuração é tal que os resultados de ganho e *ripple* das transmissões em cada trecho da rede satisfazem os valores pré-definidos como esperados, que garantem a qualidade das transmissões, e que tenham a maior média de ganho médio de todos os trechos, dentre todas as configurações testadas.

Assim, após o teste de todas as configurações, foi resultada a melhor configuração de roteamento, representada por uma matriz de adjacências. Esse modelo de representação foi amplamente utilizado como estrutura de dados, guardando os dados e parâmetros de cada trecho de transmissão simulado. Portanto, foram resultadas matrizes de configuração de roteamento $Rot(G)$, ganho do sinal transmitido $Ganho(G)$, potência do sinal transmitido $Pot(G)$ e *ripple* do sinal transmitido $Ripple(G)$, correspondentes ao melhor roteamento encontrado.

3.2 Modelagem da Rede

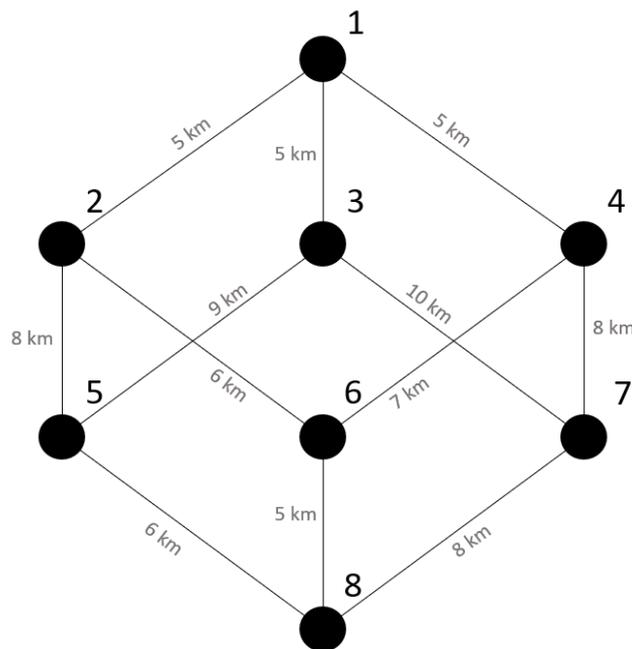
A rede utilizada nas simulações computacionais foi modelada para satisfazer diversos parâmetros:

- a) Deve ser possível representá-la por um diagrama de grafos simples, conexo e com vértices de grau não tão elevado, visto que maior grau corresponde a maior número de transmissões e, conseqüentemente, mais divisão dos bombeios residuais;
- b) Não deve possuir um número muito alto de pontos de recepção/transmissão (vértices do grafo), pois mais pontos demandam mais bombeios residuais, cuja potência é limitada pela simplificação do modelo analítico;
- c) O comprimento de cada linha de transmissão deve ser grande o suficiente para representar longas distâncias, como entre cidades em um caso prático, porém dentro da perspectiva de haver bombeios residuais de potência suficiente para a transmissão em um trecho subsequente (de 5 – 10 km).

Portanto, foi proposta uma rede pequena e que satisfaz as condições propostas como exemplo de modelo para este trabalho. Essa possui 8 pontos de transmissão/recepção e 12 *links* de fibra óptica interligando os pontos, com comprimentos pré-definidos aleatoriamente no intervalo de 5 – 10 km. Em termos de grafos, como apresentado na Figura 11, há 8 vértices e 12 arestas, sendo todos os vértices de grau 3. Dessa forma, o sinal dos bombeios residuais ao final de cada trecho pode ser rearranjado para outras transmissões, permitindo a obtenção de diversas configurações de roteamento.

Vale ressaltar que na rede proposta, é possível transmitir um sinal de qualquer vértice a outro, fato atestado pela conexidade do grafo representado, independentemente do sentido de transmissão.

Figura 11 – Representação da rede proposta por um diagrama de grafos.



Fonte: produzida pelo próprio autor.

A partir da representação da rede pelo grafo G (Figura 11), é possível modelá-la através da matriz de adjacências ponderada $W(G)$ 8×8 , contendo a disposição de suas arestas com os pesos respectivos aos comprimentos dos *links* de fibra óptica em quilômetros, como visto abaixo:

$$W(G) = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 8 & 6 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 & 10 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 8 & 0 \\ 0 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 6 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 10 & 8 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 5 & 8 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

A matriz $W(G)$ será base para os cálculos realizados nas simulações e seus resultados serão dispostos em matrizes de mesma ordem. Os parâmetros do sinal transmitido e dos três bombeios dos amplificadores Raman, operantes na banda C, foram escolhidos através de otimizações computacionais do algoritmo analítico de transmissão ponto a ponto disponibilizado por Castellani et al (2009) e Andrade et al (2019). São os seguintes:

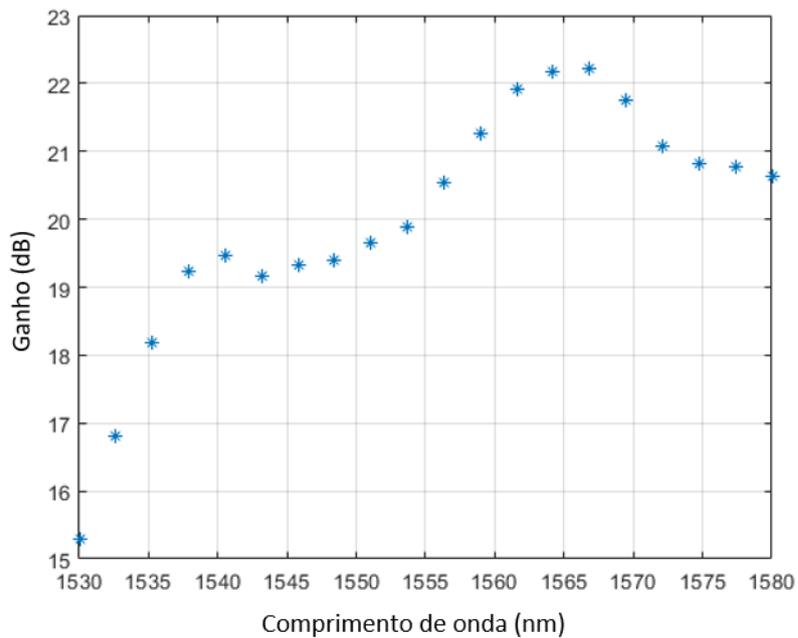
- a) Potência do sinal transmitido simplificada em aproximadamente 1 mW ;
- b) Banda do sinal transmitido: 50 nm ($1530 - 1580 \text{ nm}$);
- c) Fibra óptica monomodo de sílica;
- d) Potência inicial dos bombeios: $P_{p_1} = 0,7872 \text{ W}$; $P_{p_2} = 0,6843 \text{ W}$; $P_{p_3} = 0,5495 \text{ W}$;
- e) Comprimentos de onda dos bombeios: $\lambda_{p_1} = 1424,3 \text{ nm}$; $\lambda_{p_2} = 1461 \text{ nm}$; $\lambda_{p_3} = 1465,1 \text{ nm}$;

O Gráfico 5 apresenta a curva de ganho em função do comprimento de onda do sinal a ser utilizado nas simulações. Tal gráfico foi obtido a partir do algoritmo analítico de uma transmissão ponto a ponto com uso de amplificadores Raman mencionado neste trabalho, com uso dos parâmetros listados acima. Nesse caso, o *link* de transmissão simulado possui comprimento de 30 km, servindo de referência como curva de ganho de uma transmissão longa.

Pelo gráfico, é perceptível que os parâmetros de amplificação para o sinal a ser utilizado nas simulações são efetivos dentro da banda escolhida. De acordo com os dados da simulação, essa transmissão gerou um ganho médio de 19,98 dB na banda do sinal transmitido e *ripple* de 6,91 dB. Tal compensação de ganho é bem significativa, refletindo no alto valor de *ripple* obtido. Porém, como os sinais de bombeios utilizados nas simulações de otimização da rede serão

roteados e distribuídos percentualmente pelos trechos, é esperado que serão resultados menores valores de ganho e *ripple* que os obtidos como referência, visto que a potência dos bombeios será reduzida em cada trecho.

Gráfico 5 – Curva de ganho do sinal escolhido em uma transmissão de 30 km.



Fonte: produzido pelo próprio autor.

3.3 Simulações no Matlab

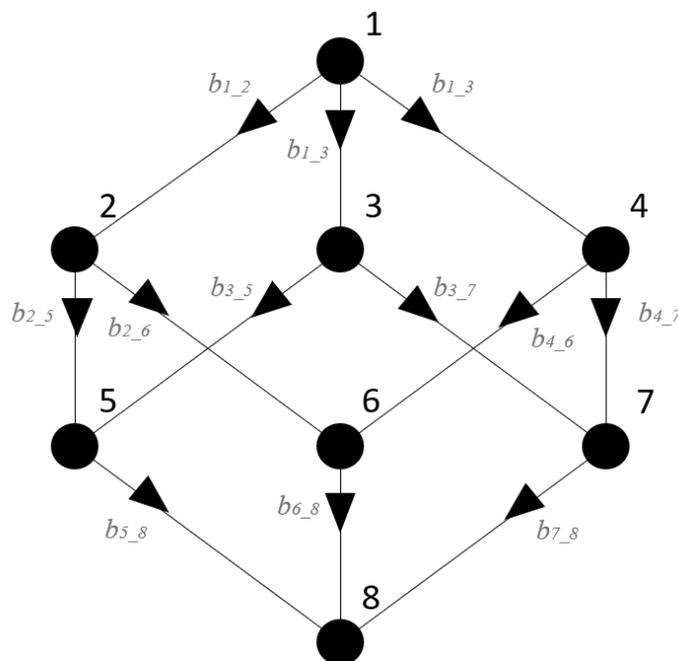
Com uso do *software* MATLAB, foram realizadas simulações computacionais de otimização por busca exaustiva, que buscam a melhor opção de otimização do roteamento de bombeios residuais a partir da rede de fibra óptica modelada, dentro de várias possibilidades de arranjos. As variáveis que foram consideradas nas simulações foram os parâmetros da rede modelada discutidos na seção anterior, visto que o número de nós e distância da rede já são pré-estabelecidos. Os dados resultantes deverão respeitar os parâmetros de qualidade da transmissão desejáveis em cada trecho da rede, de ganho médio entre o emissor e receptor de pelo menos -1 dB e valor de *ripple* menor que 3 dB.

Os parâmetros desejáveis foram escolhidos de forma a garantir a qualidade e a amplificação do sinal transmitido. O ganho mínimo de -1 dB garante que o sinal não apresente perdas

significativas na transmissão, causadas principalmente pelas perdas na fibra. A qualidade da curva de ganho da banda transmitida é garantida respeitando *ripple* de menos que 3 dB, sendo esse parâmetro responsável por indicar a diferença entre o máximo e mínimo da curva na banda desejada. Assim, um baixo valor de *ripple* indica que o ganho do sinal transmitido possui poucas variações para os comprimentos de onda da sua banda, apresentando maior integralidade na amplificação.

Cada trecho de transmissão (aresta) da rede é considerado uma transmissão ponto a ponto, que será calculada a partir do algoritmo analítico disponibilizado por Castellani et al (2009) e Andrade et al (2019). No caso da proposta para uma otimização da rede proposta, esse código foi adaptado para receber como parâmetros as potências de cada bombeio da transmissão a ser calculada, a ser repetido em cada iteração de roteamento. A Figura 12 mostra a representação da configuração do roteamento de bombeios aplicada à rede modelada, em que cada valor de b equivale ao valor percentual do roteamento de bombeio no respectivo trecho.

Figura 12 - Representação do roteamento de bombeios na rede proposta.

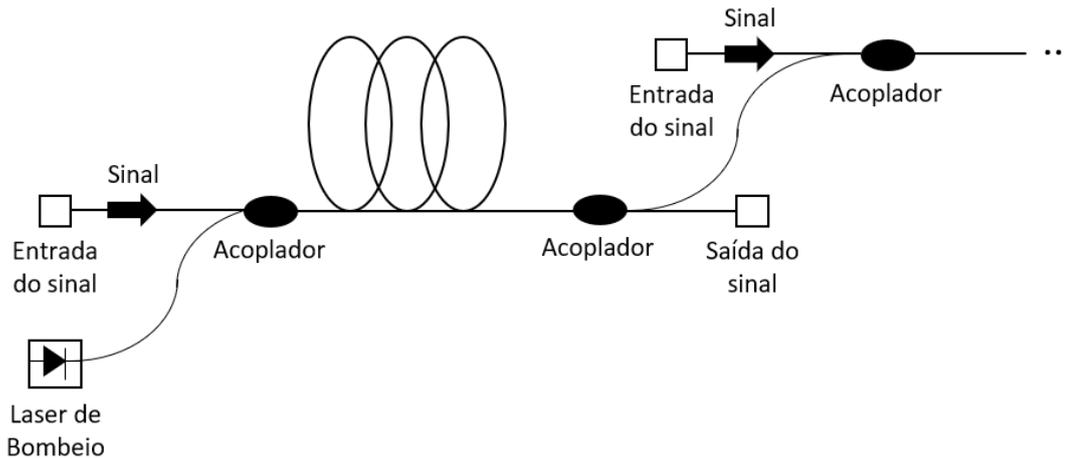


Fonte: produzida pelo próprio autor.

Em uma representação prática, a ideia de se aproveitar os bombeios residuais a partir da transmissão em um trecho pode ser demonstrada no modelo da Figura 13, no qual a sobra de potência dos sinais de bombeio utilizados pelo amplificador Raman é reaproveitada e

redistribuída entre os trechos de transmissão pelos acopladores para uma nova amplificação posterior. A nível de simulação, cada cálculo do algoritmo adaptado também retorna os valores de potência residual dos bombeios, que é utilizada como parâmetro de entrada do cálculo da próxima transmissão, sendo feitos os devidos roteamentos.

Figura 13 - Modelo de reciclagem do bombeio residual em uma rede ponto a ponto.

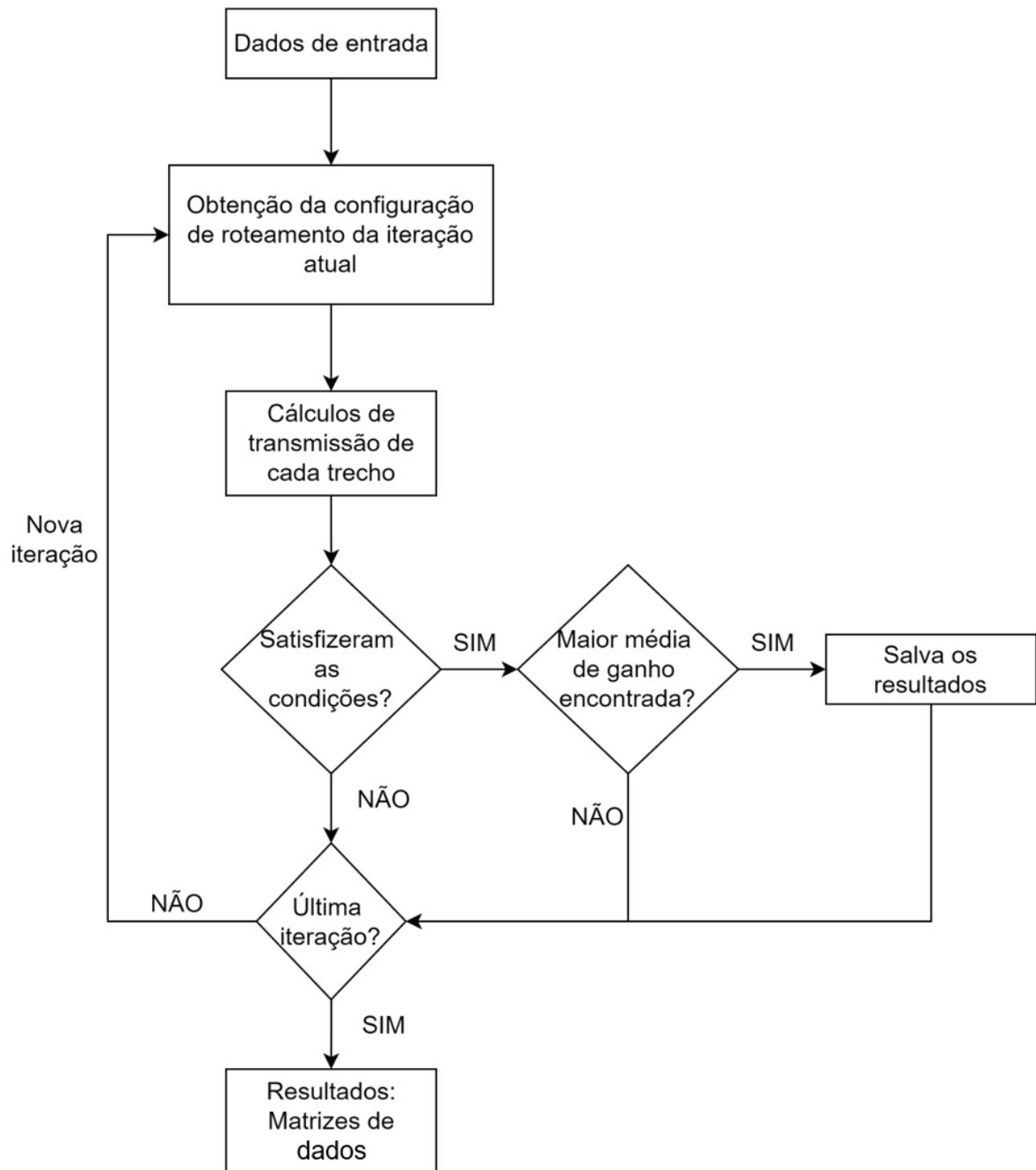


Fonte: Produzida pelo próprio autor.

Assim, ao final das simulações, foram resultadas matrizes de configuração de roteamento $Rot(G)$, ganho do sinal transmitido $Ganho(G)$, potência do sinal transmitido $Pot(G)$ e *ripple* do sinal transmitido $Ripple(G)$, correspondentes ao melhor roteamento encontrado, com base na maior média de ganho em todos os trechos.

De maneira geral, o fluxograma da Figura 14 ilustra o funcionamento das simulações resumidamente. Cada iteração representada no fluxograma é referente a uma configuração de roteamento dos bombeios. Portanto, o número de iterações realizadas é o mesmo da quantidade de configurações de roteamento testadas. Uma configuração de roteamento consiste na definição de valores percentuais para os pesos das arestas da Figura 12, representando o percentual de potência dos bombeios residuais que serão utilizados na amplificação do trecho seguinte e foram testadas ao total 5049 configurações. Assim, para cada iteração, são simulados todos os trechos da rede e são avaliados os parâmetros de ganho médio, potência média e *ripple* do sinal transmitido, como explicitado anteriormente. Os resultados finais são obtidos apenas à conclusão de todas as iterações, sendo respectivos ao roteamento de maior ganho médio entre todos os trechos encontrado.

Figura 14 – Fluxograma do funcionamento das simulações computacionais.



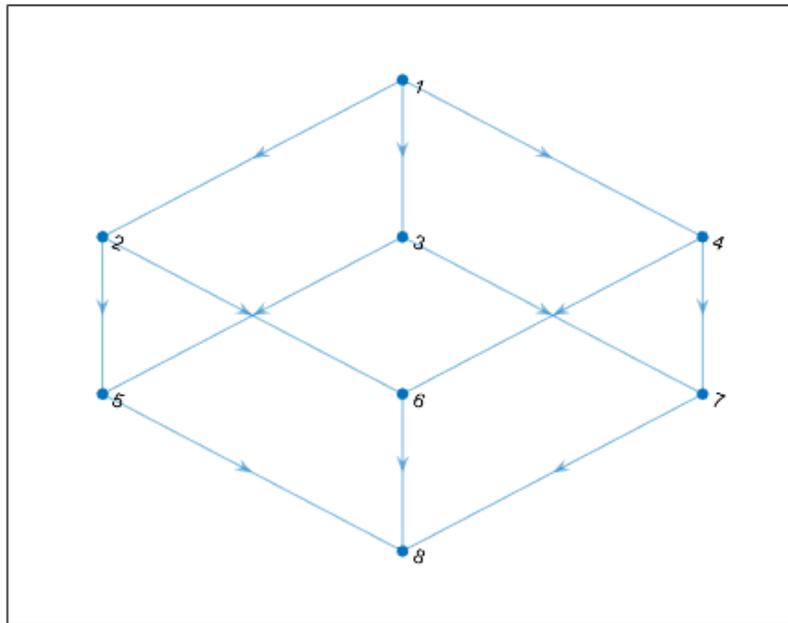
Fonte: produzida pelo próprio autor.

4 RESULTADOS E DISCUSÕES

Os resultados foram obtidos a partir das simulações computacionais no software Matlab, contendo um total de 5049 iterações cada, em que cada iteração corresponde a uma configuração de roteamento testada. Ou seja, foram testadas 5049 combinações diferentes de divisão percentual da potência dos *lasers* de bombeio entre os trechos da rede. Como há 12 *links* na rede, foi simulado um total de $5049 \times 12 = 60588$ transmissões de ponto a ponto, durando cerca de 110 segundos para serem executadas.

Utilizando a rede modelada a partir da matriz de adjacências ponderada $W(G)$ da Equação (3.1), cujo diagrama de grafos é representado pela Figura 11, foi possível obter os resultados dispostos nas matrizes das Equações (4.1) até (4.4). Tais valores são dados referentes às transmissões nos trechos da rede a partir da melhor configuração de roteamento de bombeios encontrada na otimização. A Figura 15 apresenta o diagrama de grafos direcionado da rede proposta obtido pelo Matlab, resultante da representação da rede por $W(G)$.

Figura 15 – Diagrama de grafos da rede modelada resultado pelo Matlab.



Fonte: produzida pelo próprio autor.

$$Rot(G) = \begin{bmatrix} 0 & 0,25 & 0,50 & 0,25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,40 & 0,60 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,40 & 0 & 0,60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,40 & 0,60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,00 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,00 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,00 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$Ganho(G) = \begin{bmatrix} 0 & 0,40 & 1,84 & 0,40 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,99 & -0,49 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,55 & 0 & 0,05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,86 & -0,69 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,35 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,28 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,07 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

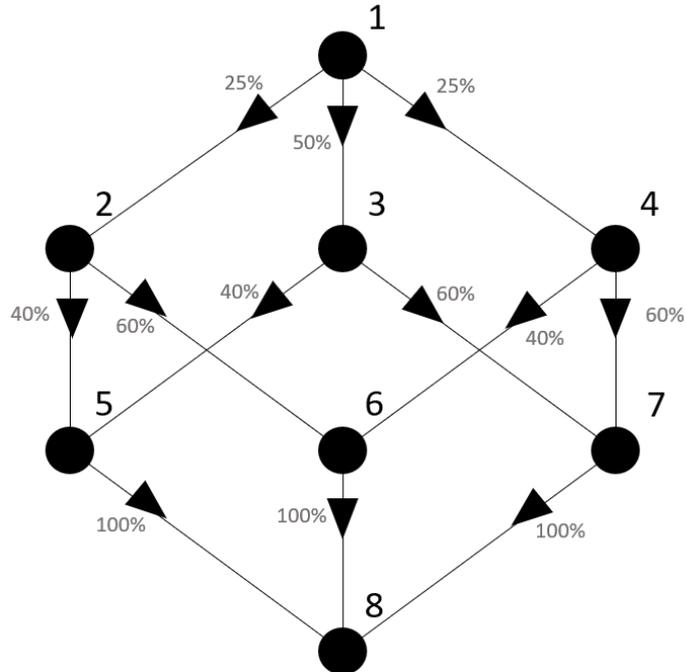
$$Pot(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1,10 & 1,50 & 1,10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,79 & 0,89 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,88 & 0 & 1,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,82 & 0,85 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,92 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,94 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,98 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$Ripple(G) = \begin{bmatrix} 0 & 0,35 & 0,61 & 0,35 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,15 & 0,18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,28 & 0 & 0,42 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,14 & 0,23 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,19 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,32 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Sendo $Rot(G)$ a matriz que contém os fatores multiplicativos (percentuais), $Ganho(G)$ os ganhos de transmissão em dB, $Pot(G)$ as potências médias do sinal transmitido em mW e $Ripple(G)$ os valores de *ripple* em dB. Cada valor disposto na matriz é referente a uma aresta do grafo, em que valores nulos correspondem à ausência de uma aresta entre os dois vértices correspondentes da matriz.

Aplicando a configuração de roteamento disposta na matriz $Rot(G)$ no grafo da Figura 12, obtemos a Figura 16 que evidencia a divisão percentual dos bombeios em cada aresta de transmissão.

Figura 16 – Diagrama de grafos da rede modelada com índices da melhor configuração de roteamento.

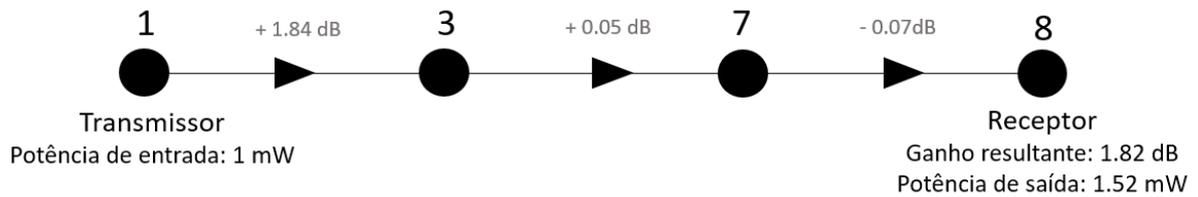


Fonte: produzida pelo próprio autor.

Com isso, é notório que os resultados da otimização satisfazem as condições estabelecidas de ganho em cada trecho de no mínimo -1 dB e máximo *ripple* de 3 dB, como esperado. De fato, o limite imposto de *ripple* permaneceu longe de ser alcançado, visto que o maior valor obtido foi de 0,61 dB, o que é um bom indicativo da manutenção da qualidade do sinal transmitido e para a medição de potência no receptor. Porém, em termos de ganho houveram vários trechos que apresentaram perdas no sinal, ainda que baixas e dentro da faixa definida como aceitável. Dessa forma, o ganho médio obtido de todos os trechos foi de -0,23 dB, sendo aproximadamente nulo, indicando que, em geral, as transmissões envolvendo múltiplos trechos nessa rede devem transmitir ao receptor o sinal com potência perto da transmitida. Tal indicativo comprova que foi possível obter uma boa amplificação na rede proposta utilizando apenas bombeios residuais, sem a aplicação de novos bombeios a cada trecho, gerando economia na construção e manutenção da estrutura.

Tomando em conta a transmissão de um sinal de 1 mW do vértice 1 ao 8 da Figura 12, pela análise dos dados de ganho da matriz $Ganho(G)$ obtida da melhor configuração de roteamento, o melhor caminho do grafo que resultaria em maior ganho médio no receptor seria o correspondente aos vértices 1-3-7-8, como evidenciado na Figura 16. Com isso, o sinal transmitido chegaria ao receptor com um ganho de 1,82 dB em relação à potência de entrada, como mostra a representação linear do caminho percorrido pelo sinal na Figura 17. Assim, foi obtida uma potência de saída de 1,52 mW, cuja obtenção do valor é evidenciada pelas Equações (4.5) e (4.6).

Figura 17 – Representação linear do caminho de transmissão dos vértices 1-3-7-8.



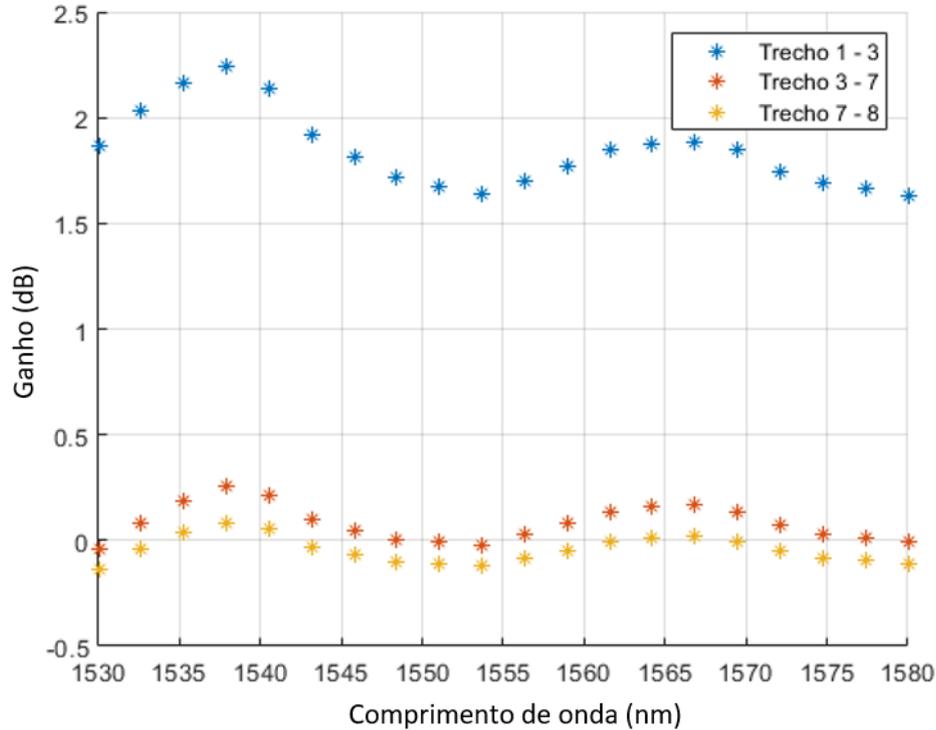
Fonte: produzida pelo próprio autor.

$$Ganho(dB) = 10 \times \log\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right) \rightarrow P_{out} = P_{in} \times 10^{\frac{Ganho(dB)}{10}} \quad (4.5)$$

$$P_{out} = 0,001 \times 10^{\frac{1,82}{10}} = 1,52 \text{ mW} \quad (4.6)$$

Sob perspectiva da curva de ganho, o Gráfico 6 apresenta o ganho do sinal transmitido em cada trecho em função do comprimento de onda da banda do sinal. Nota-se que o intervalo de ganho das curvas de cada trecho acompanha o valor de ganho médio obtido pelas simulações. Além disso, as curvas possuem variações mínimas, indicando um valor de *ripple* baixo nas transmissões em cada trecho. Ademais, é perceptível que o trecho 1 – 3 é o que apresenta maior ganho dentre os três trechos da transmissão, visto que esse recebe o bombeio inicial roteado e não um bombeio residual, ou seja, sua amplificação recebe mais potência de bombeio e, conseqüentemente, gera maior ganho. O contrário ocorre no trecho 7 – 8, pelo fato de sua amplificação receber bombeios residuais de menor potência que os demais.

Gráfico 6 – Curvas de ganho de cada trecho da transmissão dos vértices 1-3-7-8.

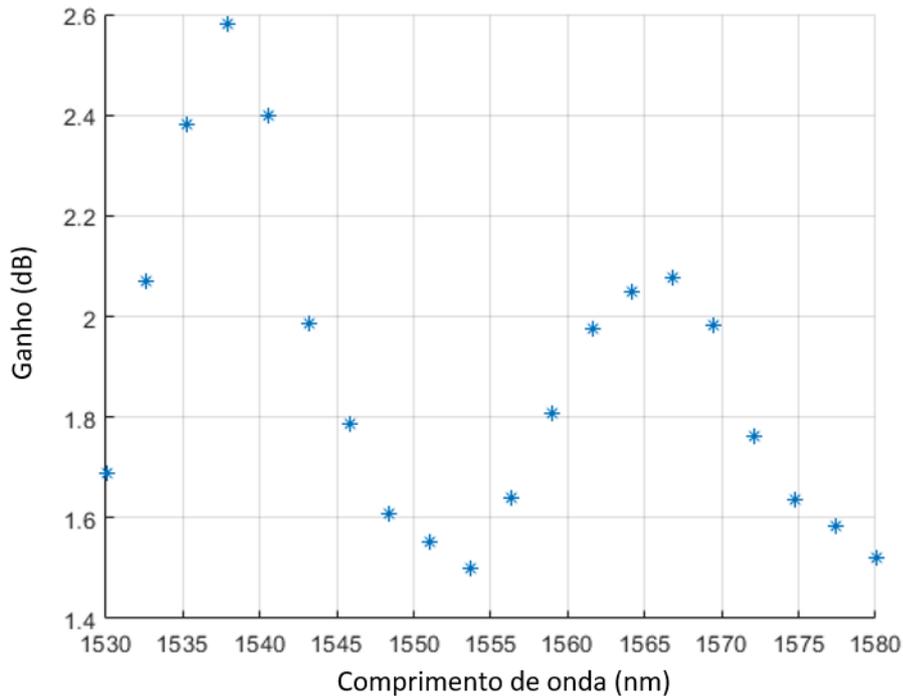


Fonte: produzido pelo próprio autor.

É possível obter a curva de ganho resultante da transmissão total a partir da soma das três curvas obtidas, sendo representada no Gráfico 7. A curva resultante mostra que o sinal transmitido obteve um ganho positivo ao final da transmissão, refletindo o ganho médio resultante previamente mencionado. A diferença entre os valores de máximo e mínimo da curva permitem inferir que o valor de *ripple* obtido é de cerca de 1,08 dB, sendo um pouco maior que os valores calculados para cada trecho, porém ainda bem abaixo do limite de 3 dB desejado.

Tais valores de ganho médio e potência de saída obtidos na transmissão tomada como exemplo são maiores que os esperados pela média de ganho dos trechos da rede, ou seja, a partir da otimização dos bombeios residuais é possível obter caminhos para uma transmissão entre múltiplos pontos que gerem uma amplificação acima da média, com ganho considerável e *ripple* garantidamente em bons níveis. Isso comprova mais uma vez que a otimização da estrutura em rede pelos bombeios residuais se mostrou eficaz para o modelo simulado.

Gráfico 7 – Curva de ganho da transmissão total dos vértices 1-3-7-8.

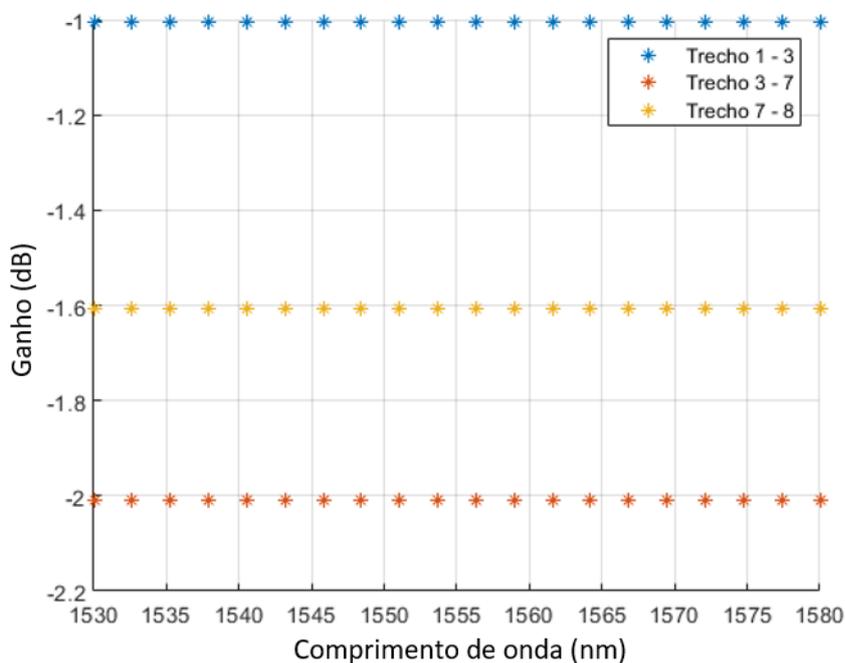


Fonte: produzido pelo próprio autor.

A fim de confirmar se de fato houve amplificação significativa na transmissão do sinal em cada trecho, foi simulada a transmissão dos vértices 1-3-7-8 do modelo abordado com potência dos bombeios nula, ou seja, sem amplificação estimulada de Raman. Dessa forma, foram obtidas as curvas de ganho da transmissão sem amplificação disposta no Gráfico 8.

É notável que a compensação do sinal realizada pelos amplificadores Raman se mostra efetiva, visto que as perdas por atenuação e dispersão na transmissão do sinal resultaram em ganhos médios em cada trecho negativos. De fato, as curvas de ganho do Gráfico 8 estão deslocadas no eixo Y (ganho) bem abaixo das curvas do Gráfico 6, demonstrando que realmente houve amplificação efetiva do sinal. Outro fato a ser destacado é que, como esperado, o trecho que apresentou maiores perdas foi o trecho 3 – 7, por possuir a maior distância dentre os trechos da transmissão simulada (10 km), enquanto as menores se configuraram no trecho 1 – 3, de apenas 5 km. Isso ocorre principalmente pois as perdas por atenuação são diretamente proporcionais ao comprimento da fibra.

Gráfico 8 – Curva de ganho da transmissão de cada trecho sem amplificação.



Fonte: produzido pelo próprio autor.

Vale ressaltar que no modelo abordado foram previstas distâncias na escala de 5 – 10 km entre os pontos e número de interconexões limitadas, fatores que limitam o uso dos bombeios residuais na rede. Em uma situação de redes muito extensas, cujos trechos alcançam dezenas de quilômetros, vê-se necessário o aumento da potência dos bombeios para que haja a possibilidade do reaproveitamento dos mesmos.

É justamente por conta dos diferentes comprimentos de cada trecho de transmissão da rede modelada que a otimização resulta em uma matriz de roteamento com valores diferentes referentes a cada aresta. O aumento da distância implica diretamente no aumento das perdas na fibra ótica, trazendo diferenças na amplificação do sinal em cada caminho, possibilitando a otimização. Isso pode ser evidenciado se for tomada uma rede com as mesmas características, porém com distâncias diferentes entre os trechos e observarmos os resultados da simulação. A Figura 18 apresenta uma rede nos mesmos moldes da Figura 11, porém com diferentes comprimentos de arestas e em média maiores, cuja nova matriz de adjacência $W(G')$ do modelo é apresentada na Equação (4.7).

$$Ganho(G') = \begin{bmatrix} 0 & 1,12 & 1,12 & 0,78 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,71 & -0,64 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,61 & 0 & -0,75 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,46 & -0,99 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,32 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,59 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

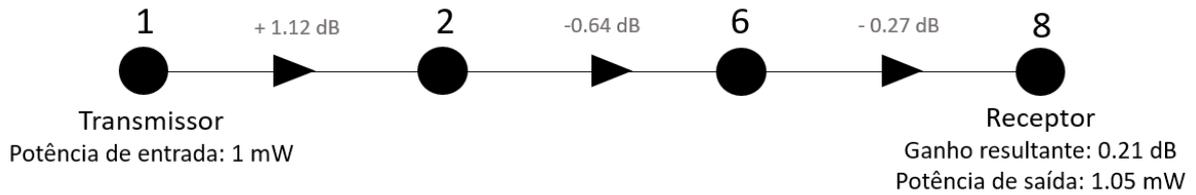
$$Pot(G') = \begin{bmatrix} 0 & 1,30 & 1,30 & 1,20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,85 & 0,86 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,87 & 0 & 0,84 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,90 & 0,80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,93 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,94 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,87 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$Ripple(G') = \begin{bmatrix} 0 & 0,53 & 0,53 & 0,46 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,30 & 0,18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,28 & 0 & 0,20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,18 & 0,20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,28 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,26 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Analogamente à primeira simulação, os resultados obtidos atingiram as especificações mínimas de ganho e *ripple*. Entretanto, com a nova configuração de distâncias dos trechos de transmissão com valores em média maiores, é notável que a matriz de roteamentos $Rot(G')$ da Equação (4.8) apresenta uma configuração otimizada bem diferente da apresentada na simulação anterior, pela equação (4.1). Com isso, é constatável que diferentes comprimentos de transmissão interferem diretamente na configuração de roteamento ideal, como previamente discutido. Além disso, pelos dados de ganho da Equação (4.9), obteve-se um ganho médio de aproximadamente -0,33 dB, menor que o do modelo anterior de -0,23 dB, por conta dos maiores comprimentos aplicados e, conseqüentemente, maiores perdas.

Dessa forma, tomando uma transmissão de um sinal de 1 mW a partir do vértice 1 ao 8, o melhor caminho otimizado disponível no novo modelo é pelos vértices 1-2-6-8, cuja transmissão é apresentada pelo modelo linear simplificado da Figura 19.

Figura 19 – Representação linear do caminho de transmissão dos vértices 1-2-6-8 do novo modelo.

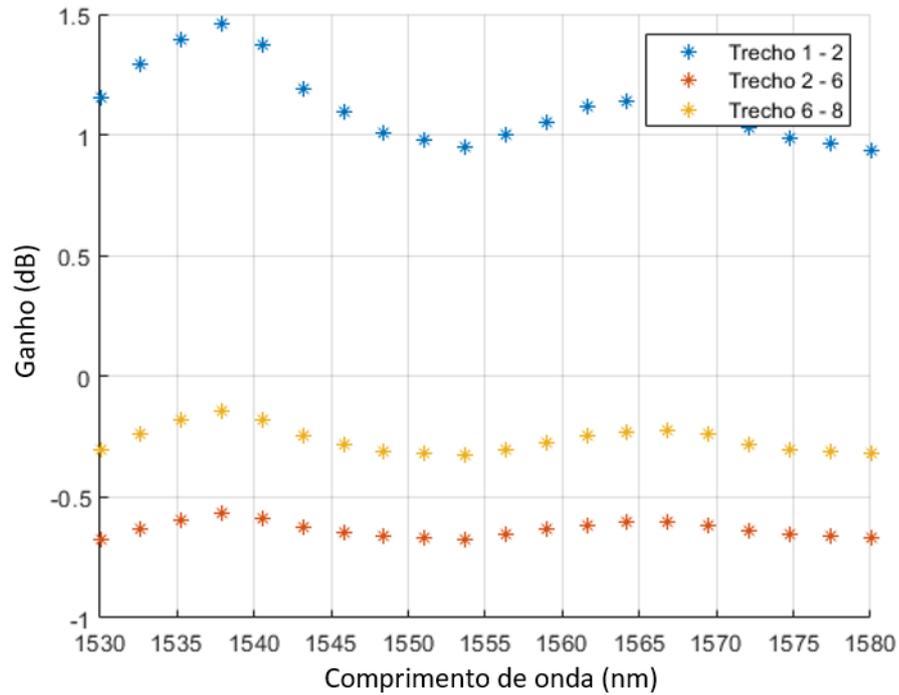


Fonte: produzida pelo próprio autor.

$$P_{out}' = 0,001 \times 10^{\frac{0,21}{10}} = 1,05 \text{ mW} \quad (4.12)$$

O ganho resultante no receptor dessa transmissão foi de 0,21 dB, correspondente a uma potência do sinal de saída de 1,05 mW, como apresentada pela Equação (4.12). As curvas de ganho de cada trecho dessa transmissão, apresentadas pelo Gráfico 9, possuem características similares à simulação anterior. O trecho que gerou maior ganho ao sinal transmitido é o 1 – 2, pelo fato de sua amplificação receber bombeios iniciais e não residuais. Entretanto, destaca-se que nesse caso o trecho com menor ganho médio é o 2 – 6 e não o mais afastado como no caso anterior. Isso se deve possivelmente à configuração de roteamento obtida na otimização, visto que no primeiro caso, o primeiro trecho avaliado (1 – 3) recebeu 50% da potência dos bombeios iniciais, porém no segundo caso o trecho 1 – 2 recebeu 35%, o que influencia diretamente na potência dos bombeios residuais disponível para a transmissão do trecho 2 – 6.

Gráfico 9 – Curva de ganho da transmissão de cada trecho dos vértices 1-2-6-8.

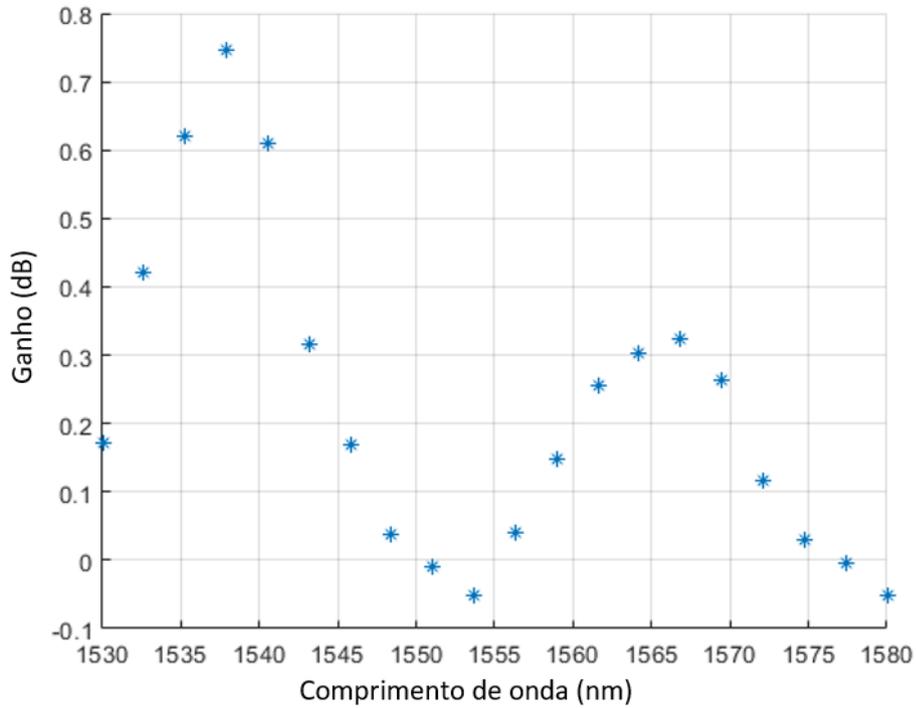


Fonte: produzido pelo próprio autor.

A partir da curva de ganho resultante da transmissão total do novo modelo apresentada pelo Gráfico 10, é perceptível que, de fato, o sinal transmitido obteve ganho positivo na transmissão, com ganho médio em torno de 0,21 dB. Também foi obtido um *ripple* de aproximadamente 0,81 dB, bem abaixo do limite estabelecido de 3 dB.

Assim, é notória a diminuição dos ganhos da amplificação por conta das maiores distâncias percorridas até mesmo no melhor caminho da transmissão, mesmo que os resultados ainda sejam positivos e haja um ganho no sinal maior que 0. Também pode-se constatar que, mesmo com diferentes modelos, as simulações foram capazes de obter uma boa otimização da configuração de roteamento de bombeios residuais utilizados pelos amplificadores Raman na rede, ainda que apresentando resultados diferentes, mas dentro das especificações exigidas que garantem a qualidade da transmissão do sinal. A utilização de tal otimização pode gerar economia substancial a aplicações em rede desse tipo para diminuir custos de instalação e manutenção, sem comprometer a integridade das comunicações.

Gráfico 10 – Curva de ganho da transmissão total dos vértices 1-2-6-8.

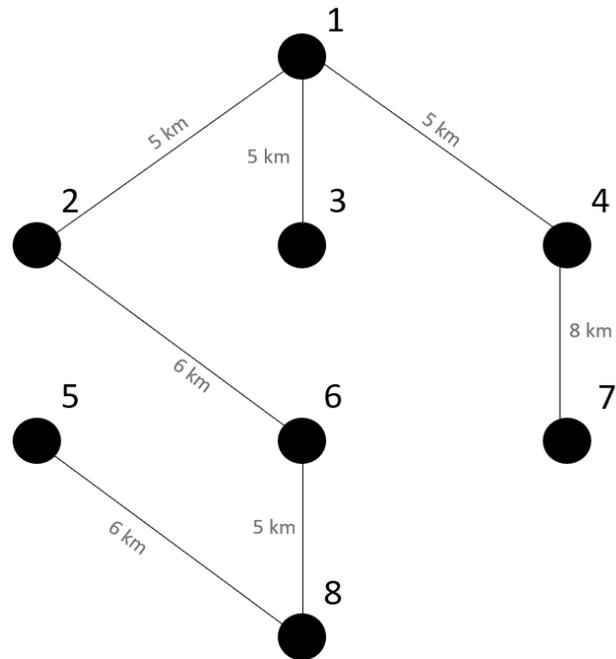


Fonte: produzido pelo próprio autor.

Tomando em conta o contexto do Algoritmo de Kruskal, o diagrama de grafos da rede proposta da Figura 11 foi submetido a esse artifício da Teoria de Grafos. Assim, foi possível obter uma árvore geradora mínima da rede proposta, disposta na Figura 20, com menos *links* e menores percursos entre cada ponto da rede, representado pela matriz de adjacências $W(G'')$ da Equação (4.13).

$$W(G'') = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

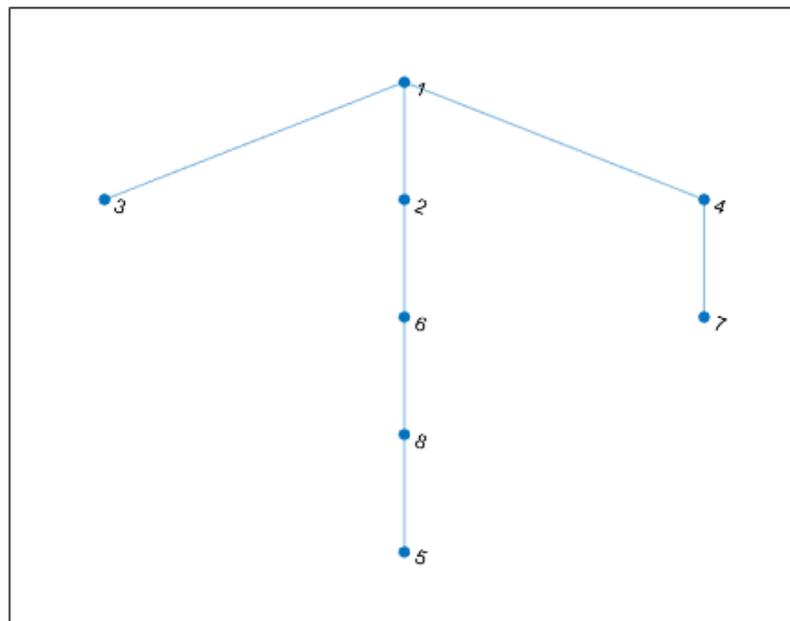
Figura 20 – Representação da árvore geradora mínima da rede proposta por um diagrama de grafos.



Fonte: produzido pelo próprio autor.

Tal modelo foi obtido a partir do Algoritmo de Kruskal implementado em Matlab, resultando no diagrama de grafos direcionado da Figura 21. Replicando as simulações e o método de otimização abordado, foram obtidos os resultados dispostos nas Equações (4.14) a (4.17).

Figura 21 – Diagrama de grafos da rede simplificada resultado pelo Matlab.



Fonte: produzido pelo próprio autor.

$$Rot(G'') = \begin{bmatrix} 0 & 0,80 & 0,05 & 0,15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,00 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,00 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$Ganho(G'') = \begin{bmatrix} 0 & 3,63 & -0,73 & -0,17 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,67 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,80 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,32 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$Pot(G'') = \begin{bmatrix} 0 & 2,30 & 0,85 & 0,96 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,60 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,86 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$Ripple(G'') = \begin{bmatrix} 0 & 0,84 & 0,76 & 0,22 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,53 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,21 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Pelos dados resultados, observa-se que em todos os trechos da rede simplificada os requisitos de ganho médio e máximo *ripple* do sinal transmitido são atendidos. O ganho médio de todos os *links* da otimização resultou em 0,76 dB, sendo de quase 1 dB de ganho médio maior que aquele obtido pela otimização da rede proposta. Além disso, o maior ripple encontrado, pela Equação (4.17) é de 0,84 dB. Isso demonstra que a simplificação da rede pelo algoritmo de Kruskal possibilitou a obtenção de uma otimização ainda melhor, visto que o novo modelo

possui menos arestas e, conseqüentemente, menos configurações de roteamento possíveis, aumentando a potência dos bombeios residuais em cada trecho, o que aumenta o ganho médio da transmissão. Assim, a Teoria de Grafos se mostrou útil não somente pela representação da rede por diagrama de grafos e por matrizes de adjacências, mas também pela obtenção de um grafo de rede simplificado, melhorando a otimização da rede.

Todas as simulações realizadas neste trabalho foram executadas em um computador pessoal com as seguintes configurações: Processador Intel i5 8400 2,8 GHz; Memória RAM Crucial 16 GB 3000 MHz; Placa de vídeo Nvidia GeForce GTX 1060; SSD Crucial 960 GB. O tempo relativamente baixo de execução foi permitido graças às especificações do modelo da rede abordadas anteriormente e possibilitou que fossem feitos vários testes de assertividade dos resultados e otimização dos parâmetros de entrada dos amplificadores.

5 CONCLUSÃO

As redes de telecomunicações por fibra óptica são atualmente difundidas em diversas localidades do mundo e compõem uma vasta parcela dos meios de transmissão de dados em altas taxas. As perdas de potência do sinal transmitido por esses canais trazem à tona o uso de amplificadores ao longo das fibras de longas distâncias, sobretudo os amplificadores Raman, que fazem uso de *lasers* de bombeio para realizar a amplificação do sinal. Dentro desse contexto, há uma necessidade de otimizar o processo de transmissão e reduzir os custos para implantação e manutenção dos sistemas constantemente, visto que tais redes são construídas pelas iniciativas privadas e públicas.

Com o avanço do poder computacional e dos métodos de modelagem de redes de telecomunicações, tanto numericamente quanto analiticamente, é possível utilizar algoritmos para calcular parâmetros de redes de fibra óptica em simulações. Alguns algoritmos já estudados e utilizados neste trabalho utilizam métodos analíticos de modelagem de transmissão ponto a ponto em uma linha de fibra que utilize amplificadores Raman, de tal forma que podem ser cascadeados em transmissões subsequentes para representar uma rede completa.

A partir da Teoria de Grafos, uma rede de telecomunicações pode ser representada por diagrama de grafos e por matrizes de adjacências, que possibilitam a representação numérica da rede em algoritmos de simulações, permitindo que uma rede seja traduzida em estruturas de dados que geram benefícios computacionais às simulações.

Portanto, este trabalho propôs um método de otimização do uso dos bombeios para os amplificadores Raman em uma rede de múltiplos pontos de transmissão/recepção, a partir do uso de um único bombeio em um vértice do grafo, cujos bombeios residuais de cada transmissão são divididos entre as diferentes arestas (trechos de transmissão). Dentro dos resultados esperados, uma otimização desse tipo gera economia de custos de instalação e manutenção em diversos pontos da rede, visto que geralmente utiliza-se um ponto de novo bombeio para cada transmissão pontual de longa distância.

A partir do modelo de rede gerado para as simulações, foi possível desenvolver algoritmos que otimizassem a rede proposta pelo roteamento de bombeios residuais resultantes de cada

transmissão pontual, obtendo a melhor configuração de roteamentos com base em parâmetros de ganho e *ripple* do sinal transmitido em cada trecho. Os resultados se mostraram positivos, obtendo-se uma configuração de roteamento otimizada capaz de gerar boa amplificação do sinal mantendo a sua qualidade em cada trecho de transmissão da rede, utilizando apenas um bombeio inicial. Os valores de ganho e *ripple* obtidos satisfizeram as condições mínimas esperadas, garantindo a amplificação do sinal transmitido para qualquer caminho de múltiplos nós na rede.

Além disso, foi possível perceber em novas simulações com uma instância de comprimentos de transmissão diferentes que tal fator implica diretamente na configuração de roteamento dos bombeios residuais obtida na otimização. A magnitude das distâncias também possui tal influência, pois notou-se queda no ganho médio obtido nas transmissões com o aumento dos comprimentos de cada trecho, mostrando que para redes com distâncias de dezenas de quilômetros entre os pontos de transmissão/recepção, há necessidade do aumento da potência dos bombeios.

A partir do uso do Algoritmo de Kruskal, definido pela Teoria de Grafos, foi possível obter um modelo simplificado da rede proposta, de forma a simplificar os links da rede em menores trechos de transmissão. Isso proporcionou uma melhor otimização em relação aos modelos anteriores, demonstrando a utilidade de artifícios da Teoria de Grafos nesse contexto.

Assim, foi possível comparar os resultados dos três modelos e constatar que, mesmo com dados diferentes para cada rede com seus comprimentos próprios, a otimização dos bombeios residuais se mostrou eficiente em construir um roteamento capaz de garantir boa amplificação e qualidade do sinal transmitido em cada trecho da rede. Com isso, é possível obter uma configuração capaz de providenciar transmissões de múltiplos nós com boa qualidade utilizando um número reduzido de bombeios, mesmo alterando os parâmetros da rede.

Finalmente, conclui-se que o método de otimização abordado é promissor e apresentou resultados satisfatórios para uso em redes de fibra óptica com amplificadores Raman, gerando economia significativa no uso de bombeios em sua estrutura.

Para trabalhos futuros, sugere-se realizar simulações computacionais utilizando a mesma metodologia e modelo analítico de transmissão, porém em redes com número maior de nós e com a possibilidade de inserção de mais bombeios ao longo da rede ou em um mesmo nó inicial, buscando a configuração ideal de roteamento dos bombeios residuais, similar à abordada neste trabalho, em um escopo maior. Também é factível a realização das simulações roteando cada bombeio (de cada comprimento de onda) separadamente, a fim de obter mais configurações de otimização possíveis e aumentar a precisão dos resultados. O roteamento do bombeio inicial também pode ser feito a partir de qualquer vértice da rede, e não somente a partir do vértice 1 pré-estabelecido. Isso possibilitará simulações de diversos diagramas de grafos direcionados diferentes, gerando mais possibilidades de roteamento a serem consideradas.

Entre outros fatores a serem considerados em trabalhos futuros, sugere-se abordar a análise da relação entre o ruído do sinal transmitido e o balanceamento de potência, a fim de observar de melhor modo a eficiência da amplificação ante a qualidade da transmissão. Não suficientemente, o modelo numérico de modelagem de amplificadores Raman pode ser abordado em conjunto com o modelo analítico, de forma a selecionar pelo analítico os roteamentos que satisfaçam as condições iniciais e com o modelo numérico obter a melhor configuração otimizada dentre as selecionadas. Isso resultará a melhor otimização possível a partir da avaliação de diversos parâmetros não avaliados pelo modelo analítico, de forma a aumentar a confiabilidade das simulações sem elevar o tempo de execução significativamente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGRAWAL, G. P. **Fiber-Optic Communication Systems**. 4a. Ed., New Jersey, John Wiley & Sons, Inc., 2010.

AGRAWAL, G. P. **Nonlinear Fiber Optics**. 4. ed. [S.l.]: Academic Press, 2007.

ANDRADE, G. D. et al. **Study and Optimization of Raman Amplifiers in Tellurite-Based Optical Fibers for WideBand Telecommunication Systems**. Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications, Vol. 18, No. 2, 2019.

BARBOZA, S. J. **Análise de Rede WDM com Amplificação Óptica, Adição e Derivação de Canais**. Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2004.

BENJAMIN, A; CHARTRAND G.; ZHANG, P. **The Fascinating World of Graph Theory**. 1. Ed., Princeton University, 2015.

BIGGS, N.; LLOYD, E.; WILSON, R. **Graph Theory**. 1736-1936, Oxford University Press, 1986.

BISPO, L.; VARJÃO, J.; BRITO, G. **PROBLEMAS DE FLUXO DE CUSTO MINIMO: UMA INTRODUÇÃO AOS ALGORITMOS DE BUSACKER E GOWEN E DE FORD E FULKERSON**. 2018.

CANI, S. P. N. **UMA CONTRIBUIÇÃO AO MODELAMENTO ANALÍTICO EM AMPLIFICADORES RAMAN**. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2007.

CANI, S. P. N.; FREITAS, M.; ALMEIDA, R. T.; CALMON, L. C. **Raman amplifier performance of dispersion compensating fibers**. Proceedings of SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 2003), Iguazu Falls, Brazil, 2003.

CASTELLANI, C. E. S. **All-fibre wavelength versatile short pulsed laser sources**. Department of Physics, Imperial College, London, 2013.

CASTELLANI, C. E. S. **Amplificadores Raman em fibras microestruturadas**. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2009.

CASTELLANI, C. E. S. et al. **Design methodology for multi-pumped discrete Raman amplifiers: case-study employing photonic crystal fibers**. Optical Society of America, 2009.

DANTAS, A. **Folguedos, pontes e navegador de posicionamento global por satélite**. 2010.

DESURVIRE, E. **Erbium Doped Fiber Amplifiers: Principles and Applications**. New York: Wiley, 1994.

DESURVIRE, E. **Theory and implementation of a Raman active fiber delay line**. IEEE/OSA Journal of Lightwave Technology, Vol. 4, No. 4, 1986.

FARIA, D.L.A.; AFONSO, M.C.; EDWARDS, H.G.M. **Espectroscopia Raman: uma nova luz no estudo de bens culturais**. Rev. do Museu de Arqueologia e Etnologia, São Paulo, 12: 249-267, 2002.

FLUDGER, C. R. S.; HANDEREK, V.; MEARS, R. J. **Pump to signal RIN transfer in Raman fiber amplifiers**. Journal of Lightwave Technology 19(8):1140 – 1148, 2001.

HEADLEY C.; AGRAWAL G. P. **Raman Amplification in Fiber Optical Communication Systems**. N. Y., Elsevier Academic Press, 2005.

ISLAM, M. N. Raman Amplifiers for Telecommunications. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, vol. 8, n° 3, 2002.

LAGE, E. **A fórmula de Panck**. Rev. Ciência Elem., V8(4):057, 2020.

LEE, J. H. et al. **Dynamic properties of single pump, dispersion-compensating Raman/EDFA hybrid amplifier recycling residual Raman pump.** Opt. Express 12, 6594-6599, 2004.

LOPES, J. P. R.; CASTELLANI, C. E. S. **Uso de Fibras Ópticas dopadas com P2O5 em Sistemas de Telecomunicações com Amplificadores Raman.** IX Encontro Científico de Física Aplicada, Vitória, 2018.

MAGALHÃES, E. C. **Análise das características de desempenho dos amplificadores a fibra dopada com érbio (EDFA).** Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2009.

MELO, G. S. **Introdução à Teoria de Grafos.** Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2014.

MOTTA, C. A. M.; BRITO, G. L. R. **Modelagem e Otimização de Fluxo em uma Rede Real Conectada.** Revista Desafios, Palmas, 2017.

NAMIKI, S.; EMORI, Y. **Ultrabroad-band Raman amplifiers pumped and gain-equalized by wavelengthdivision-multiplexed high-power laser diodes.** IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 7(1), 3–16, 2001.

NISSOV, M. **100 Gb/ (10x10 Gb/s) WDM transmission over 7200 using distributed Raman amplification.** ECOC 97, Edimburgh, UK, 1997.

PERLIN, V. E.; WINFUL, H. G. **Optimal Design of Flat-Gain Wide-Band Fiber Raman Amplifiers.** Journal of Lightwave Technology 20(2):250-254, 2002.

RIBEIRO, J. A. J. **Características da Propagação em Fibras Ópticas.** Instituto Nacional de Telecomunicações, 1999.

SANTOS, A. B. **Geração de supercontínuo em fibra óptica de cristal fotônico com núcleo de água.** São Paulo, 2007.

SINGH, M.; KAUR, B.; KAUSHAL, G. **Analysis Of Residual Pumped Fiber Raman Amplifier In High Capacity DWDM Systems.** International Journal of Scientific & Technology Research Volume 9, Issue 02, 2020.