

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROJETO DE GRADUAÇÃO**



DÉBORA CRISTINA FORTUNA LOPES

**PROJETO DE TOPOLOGIAS FÍSICAS DE REDES
ÓPTICAS DE TELECOMUNICAÇÕES TOLERANTES A
FALHAS**

VITÓRIA-ES

MARÇO/2022

Débora Cristina Fortuna Lopes

PROJETO DE TOPOLOGIAS FÍSICAS DE REDES ÓPTICAS DE TELECOMUNICAÇÕES TOLERANTES A FALHAS

Parte manuscrita do Projeto de Graduação da aluna Débora Cristina Fortuna Lopes, apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheira Eletricista.

Vitória-ES

Março/2022

Débora Cristina Fortuna Lopes

PROJETO DE TOPOLOGIAS FÍSICAS DE REDES ÓPTICAS DE TELECOMUNICAÇÕES TOLERANTES A FALHAS

Parte manuscrita do Projeto de Graduação da aluna Débora Cristina Fortuna Lopes, apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheira Eletricista.

Aprovado em 24 de Março de 2022.

COMISSÃO EXAMINADORA:

M. Paiva

Profa. Dra. Marcia Helena Moreira
Paiva
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador



Prof. Dr. Jorge Leonid Aching
Samatelo
Universidade Federal do Espírito Santo
Examinador

Yruí Neris

Msc. Yruí Giovan Neris
Examinador

Vitória-ES

Março/2022

Aos meus queridos avós Leila e Geraldo. Muita saudade.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todas essas pessoas especiais que apareceram (e estão) na minha vida e que permitem que eu continue com os meus estudos. A todos vocês, minha eterna gratidão.

Primeiramente a Deus, por ter me abençoado e guiado em todos os momentos durante o curso de Engenharia Elétrica.

Aos meus pais, Carlos e Erika, por todo apoio, suporte, carinho e compreensão. Minhas maiores inspirações, amo vocês.

Aos meus irmãos, Alexandre e Lucas, por serem os melhores amigos que a vida me deu, por toda a parceria e amor.

Às minhas irmãs da UFES, Jheny, Lorena e Louise, por compartilharem tantos momentos comigo, por me aconselharem e me darem suporte nos momentos mais difíceis.

A minha orientadora Marcia Helena Moreira Paiva, por me apresentar o mundo da teoria de grafos, por toda paciência, por todos os ensinamentos compartilhados, pela parceria nos congressos e por toda a confiança. Foi um prazer embarcar nessa jornada contigo.

Ao Laboratório de Telecomunicações (LabTel) e aos seus membros, pelo suporte, por me acolherem e por tanto me ensinarem.

À banca examinadora pela aceitação do convite e pelo tempo investido para leitura e avaliação desse trabalho.

Agradeço à Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) pela minha formação.

Finalmente, agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Espírito Santo (FAPES) pelo apoio financeiro no meu projeto.

RESUMO

Com o avanço da globalização, constantemente novas tecnologias surgem no cenário das redes de telecomunicações. Nesse cenário, aliado à necessidade cada vez maior de atender novas demandas de transmissão de informações, é preciso que seja feita a inserção de novos enlaces à topologia física da rede com maior capacidade de transmissão e detentores de novas tecnologias de forma a atender as novas demandas. Contudo, considerando que redes ópticas de telecomunicações são suscetíveis a falhas, é importante que a edição das topologias de redes vise a otimização da mesma de forma que seja não apenas tolerante a falhas, mas também resiliente. Caso ocorra uma falha na rede é necessário que a rede seja resiliente de maneira que o caminho alternativo para a transmissão da informação não seja tão maior que o caminho original. Caso ele seja muito maior, aumentará, conseqüentemente o tempo de entrega da informação e pode ocorrer também a perda de informações importantes. Quanto menor for o impacto de uma falha, em termos de distância entre pares de nós da rede, mais resiliente a rede é. Esse projeto teve como objetivo traçar estratégias para a adição de novos enlaces, de maneira que essa adição proporcione o aumento na resiliência da rede. Para isso, rotinas computacionais foram desenvolvidas utilizando uma abordagem exaustiva e utilizando a meta-heurística *Variable Neighborhood Search* para a adição de uma aresta ao grafo representativo de redes ópticas de telecomunicações reais. Como objetivo específico, uma função objetivo foi desenvolvida considerando invariantes de grafos relevantes ao problema apontado. Os resultados obtidos foram satisfatórios para os testes realizados em todas as redes ópticas utilizadas, alcançando bons resultados de resiliência adicionando apenas um enlace.

Palavras-chave: Redes ópticas de telecomunicações; Otimização; Teoria de grafos; *Node Wiener Impact*; *Variable Neighborhood Search*.

ABSTRACT

With the advancement of globalization, constantly new technologies appear in the scenario of telecommunications networks. In this scenario, together with the growing need to meet new demands for information transmission, it is necessary to insert new links into the physical topology of the network with greater transmission capacity and holders of new technologies, in order to meet the new demands. However, considering that optical telecommunication networks are susceptible to failures, it is important that the editing of network topologies aims at optimizing the network in a way that is not only fault tolerant, but also resilient. If a network failure occurs, the network must be resilient so that the alternative path for transmitting information is not so much longer than the original path. If it is much larger, it will increase, consequently, the delivery time of the information and the loss of important information may also occur. The lower the impact of a failure, in terms of distance between pairs of network nodes, the more resilient the network is. This project aimed to outline strategies for the addition of new links, so that this addition provides an increase in the resilience of the network. For this, computational routines were developed using an exhaustive approach and using the *Variable Neighborhood Search* metaheuristic to add an edge to the representative graph of real telecommunication optical networks. As a specific objective, an objective function was developed considering invariants of graphs relevant to the indicated problem. The results obtained were satisfactory for the tests carried out on all optical networks used, achieving good resilience results by adding only one link.

Keywords: Optical telecommunications networks; Optimization ; Graph Theory; Node Wiener Impact; Variable Neighborhood Search.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Topologia estrela	17
Figura 2 – Topologia anel	18
Figura 3 – Rede Ipê conexão em 2017	21
Figura 4 – Grafo de ordem 4 e tamanho 4	23
Figura 5 – Grafo completo de ordem 4	23
Figura 6 – Diferentes caminhos do vértice v_1 ao v_4 do grafo G da Figura 4	24
Figura 7 – Grafo desconexo: (a) Grafo G da Figura 4 após a retirada do vértice v_3 ; (b) Grafo G da Figura 4 após a retirada da aresta v_3v_4	25
Figura 8 – Geodésicas do grafo G da Figura 4: (a) Geodésica v_1v_2 ; (b) Geodésica v_1v_3 ; (c) Geodésica v_1v_4 ; (d) Geodésica v_2v_3 ; (e) Geodésica v_2v_4 ; (f) Geodésica v_3v_4	27
Figura 9 – Grafo 2-vértice-conexo de ordem 6 e tamanho 7	28
Figura 10 – Grafo G da Figura 9 após a remoção do vértice u_2	29
Figura 11 – Modelagem da rede RNP via grafo	31
Figura 12 – Impactos Nodais de Wiener para os vértices do grafo da rede RNP, sem pesos	37
Figura 13 – Impactos Nodais de Wiener para os vértices do grafo da rede RNP, com pesos	38
Figura 14 – Vértices vizinhos de CE e SP: (a) vértice vizinho de distância 0 de CE; (b) vértice vizinhos de distância 0 de SP; (c) vértices vizinhos de distância 1 de CE; (d) vértices vizinhos de distância 1 de SP.	42
Figura 15 – Testes de adição de aresta na rede RNP referente à vizinhança $V_{0,1}$: (a) teste de adição da aresta CE-PR; (b) teste de adição da aresta CE-SC; (c) teste de adição da aresta CE-RJ.	43
Figura 16 – Fluxograma do algoritmo VNS	44
Figura 17 – Impactos Nodais de Wiener para os vértices do grafo da rede RNP, sem pesos, após a adição de aresta: (a) adição de aresta (MS-PB1) que minimizou o máximo NWI; (b) adição de aresta (MS-PE) que minimizou o SNWI.	46
Figura 18 – Impactos Nodais de Wiener para os vértices do grafo da rede RNP, com pesos, após a adição de aresta: (a) adição de aresta (PR-PE) que minimizou o máximo NWI; (b) adição das arestas (PR-MG) e (SC-MG) que minimizaram o SNWI	47
Figura 19 – Gráfico da porcentagem de ultrapassagem da solução ótima para o algoritmo utilizando os vértices iniciais fixos	48

Figura 20 – Gráfico da porcentagem de ultrapassagem da solução ótima para o algoritmo utilizando os vértices iniciais mais distantes da solução ótima	50
Figura 21 – Impactos Nodais de Wiener para os vértices do grafo da rede RNP, com pesos, após a adição da aresta (TO-PE) que reduziu o SNWI no algoritmo VNS com nós mais distantes	51
Figura 22 – Melhores topologias da rede RNP no quesito desempenho: (a) topologia RNP + MS-PB2; (b) topologia RNP + PR-PB2; (c) topologia RNP + PR-AL; (d) topologia RNP + PR-PB1.	52
Figura 23 – Impactos Nodais de Wiener para os vértices do grafo da rede RNP após a adição de arestas que não proporcionam melhora na sua resiliência	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados dos algoritmos para a rede RNP sem pesos	53
Tabela 2 – Resultados dos algoritmos para a rede RNP com pesos	54
Tabela 3 – Número de operações realizadas no algoritmo exaustivo e no algoritmo utilizando a meta-heurística VNS (tanto para os vértices iniciais fixados como para os vértices mais distantes da solução encontrada exaustivamente)	61
Tabela 4 – Número de operações realizadas no algoritmo exaustivo e no algoritmo utilizando a meta-heurística VNS (tanto para os vértices iniciais fixados como para os vértices mais distantes da solução encontrada exaustivamente)	62
Tabela 5 – Porcentagem aproximada de redução para os algoritmos de minimização do máximo NWI e do SNWI para as redes sem pesos nas arestas) . . .	63
Tabela 6 – Porcentagem aproximada de redução para os algoritmos de minimização do máximo NWI e do SNWI para as redes com pesos nas arestas) . .	64

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Requisitos de redes e invariantes de grafos	16
Quadro 2 – Comparação das invariantes ordem e tamanho para diferentes topologias de grafo	55

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Lat	Latitude
Long	Logitude
NWI	<i>Node Wiener Impact</i>
PoP	Ponto de Presença
RedCLARA	Cooperação Latino Americana de Redes Avançadas
RNP	Rede Nacional de Ensino e Pesquisa
SNWI	Somatório dos Impactos Nodais de Wiener
Tenet	Rede de Ensino e Pesquisa Terciária da África do Sul
UFES	Universidade Federal do Espírito Santo
VNS	<i>Variable Neighborhood Search</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

G	Grafo
$V(G)$	Conjunto de vértices de um grafo G
$E(G)$	Conjunto de arestas de um grafo G
$n(G)$	Ordem de um grafo G
$m(G)$	Tamanho de um grafo G
$d(v)$	Grau de um vértice v
$\delta(G)$	Grau mínimo de um grafo G
$\Delta(G)$	Grau máximo de um grafo G
$\bar{d}(G)$	Grau médio de um grafo G
$k(G)$	Conectividade de vértices de um grafo G
$k'(G)$	Conectividade de vértices de um grafo G
$dist(u,v)$	Distância de um vértice u para um vértice v
$Dist(G)$	Matriz distância de um grafo G
$diam(G)$	Diâmetro de um grafo G
$T(v)$	Transmissão de um vértice v
$H(G)$	Transmissão de um grafo G
$h(G)$	Distância média de um grafo G
b_{uv}	<i>Betweenness</i> de uma aresta (u,v)
$\sigma(G)$	Variância de grau de um grafo G
$W(G)$	Índice de Wiener de um grafo G
$\tau(v)$	Impacto Nodal de Wiener de um vértice v
$\Psi(G)$	Somatório dos NWIs de um grafo G
V	Vizinhança de uma estrutura de vizinhanças

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Apresentação do Tema e Justificativa	15
1.2	Objetivos	19
1.2.1	Objetivos Gerais	19
1.2.2	Objetivos Específicos	19
1.3	Organização do Trabalho	19
2	REFERENCIAL TEÓRICO	20
2.1	Redes Ópticas de Telecomunicações	20
2.2	Teoria de Grafos	21
2.2.1	Definições	22
2.3	Relação entre Redes Ópticas de Telecomunicações e Teoria de Grafos	31
2.3.1	Modelagem	31
2.3.2	Parâmetros de redes ópticas e invariantes de grafos	31
2.4	Meta-heurística VNS	33
3	METODOLOGIA E ETAPAS DE DESENVOLVIMENTO	35
3.1	Metodologia aplicada	35
3.1.1	Normalização das distâncias reais	37
3.2	Abordagem Exaustiva	38
3.3	Meta-heurística VNS	39
3.3.1	Meta-heurística VNS com vértices iniciais fixos	42
3.3.2	Meta-heurística VNS com vértices iniciais mais distantes da solução ótima	43
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	45
4.1	Abordagem Exaustiva	45
4.1.1	Abordagem exaustiva sem pesos	45
4.1.2	Abordagem exaustiva com pesos	46
4.1.3	Análise	46
4.2	Meta-heurística VNS	47
4.2.1	Meta-heurística VNS com vértices iniciais fixos	47
4.2.1.1	Meta-heurística VNS com vértices iniciais fixos e sem pesos	48
4.2.1.2	Meta-heurística VNS com vértices iniciais fixos e com pesos	48
4.2.2	Meta-heurística VNS com vértices iniciais mais distantes	49
4.2.2.1	Meta-heurística VNS com vértices iniciais mais distantes e sem pesos	49
4.2.2.2	Meta-heurística VNS com vértices iniciais mais distantes e com pesos	49

4.2.3	Análises	50
4.3	Discussões	53
5	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	56
	REFERÊNCIAS	58
	ANEXOS	60
.1	Quantidade de testes realizados nos métodos exaustivo e VNS sem peso nas arestas	61
.2	Quantidade de testes realizados nos métodos exaustivo e VNS com peso nas arestas	62
.3	Porcentagem de redução para os algoritmos de minimização do máximo NWI e do SNWI para as redes sem peso nas arestas	63
.4	Porcentagem de redução para os algoritmos de minimização do máximo NWI e do SNWI para as redes com peso nas arestas	64

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do Tema e Justificativa

Com o avanço da globalização e, conseqüentemente, o aumento do volume de informações a serem transmitidas, cada vez mais se faz necessário que as redes de telecomunicações sejam robustas o suficiente a fim de garantir uma comunicação eficaz e sem perdas de dados. Desta maneira, considerando o cenário em que uma única falha pode causar perdas significativas, uma rede óptica deve ser não apenas tolerante a falhas, mas também resiliente (STERBENZ et al., 2010). Na ocorrência de uma falha em um ponto fixo da rede, se o caminho alternativo para a transmissão de uma informação for maior do que o caminho original, isso causará aumento o tempo para o envio da informação e poderá causar a perda de informações importantes para a rede. Desta forma, quanto menor for o impacto de uma falha sobre as distâncias entre os pares de nós de uma rede, mais resiliente a rede é.

A comunicação via redes a cada dia torna-se mais necessária para o cotidiano digital e moderno, contudo, as conseqüências advindas da interrupção da rede são progressivamente mais graves (STERBENZ et al., 2010). Uma falha em um ponto qualquer da rede pode fazer com que o caminho alternativo para o envio de uma determinada informação seja muito maior do que o caminho original, acarretando em um aumento na latência, podendo levar a perdas. Ademais, uma falha deste tipo pode fazer com que esse ponto fique isolado do restante da rede, impedindo qualquer comunicação com ele, como, por exemplo, o ocorrido em fevereiro de 2020, segundo o Relatório Técnico: Eventos de vulto da rede Ipê (2020), no qual um ponto desta rede, que inclusive possui conexão internacional, ficou isolado do restante da rede por mais de cinco horas devido a uma interrupção no fornecimento de energia elétrica pela concessionária aliado a um problema com o gerador do ponto. A partir disso, é possível notar o quão importante é que a topologia de uma rede óptica seja otimizada de forma que, caso aconteça uma falha, como a citada, isso não acarrete em grandes impactos para a comunicação entre os demais pontos da rede.

Redes ópticas de telecomunicações estão suscetíveis a falhas constantemente, que podem ser causadas por interrupção no fornecimento de energia elétrica, rompimento de fibra óptica, falhas em nobreaks, falha elétrica em datacenter, falha em circuitos, ou até mesmo por cortes em cabos e problemas de softwares (LUSS; WONG, 2004). Além disso, a rede passa por manutenções que eventualmente deixam um ponto da rede isolado para que

essa prática possa ser realizada, como em diversos casos descritos no Relatório técnico da rede Ipê (2020). Considerando tais situações, é necessário que a topologia física de uma rede óptica seja robusta o suficiente de modo que tenha capacidade de restabelecer o seu tráfego em casos de falhas (LUSS; WONG, 2004). Portanto, é de suma necessidade garantir a resiliência de uma rede de forma que, no melhor dos casos, não haja perda alguma, e que no pior, haja o mínimo de perdas possível (BARRETO, 2011).

Constantemente, a topologia de uma rede óptica passa por evoluções de forma a atender novas e maiores demandas de tráfego, bem como para evoluir conforme novas tecnologias, proporcionando uma comunicação cada vez melhor. Segundo a Rede Nacional de Ensino e Pesquisa, a primeira rede de internet brasileira evoluiu das linhas telefônicas para conexões em fibra óptica de altíssima capacidade. No ano de 1994, a rede Ipê possuía uma capacidade de 64 kb/s, contando com apenas dezoito enlaces, e hoje possui uma capacidade de mais de 100 Gb/s (RNP, 2022a). Essas novas demandas são supridas utilizando fibras de maior capacidade, como também ligando novos pontos de interesse na rede. A partir disso, e considerando o cenário de falhas, é necessário que, ao se adicionar novos enlaces à rede, analise-se qual é a melhor adição de forma a incrementar a resiliência da rede. É necessário que essa adição seja realizada de forma assertiva e não somente pensando em ligar dois pontos de escolha do projetista, mas sim pensando em tornar a rede mais robusta considerando parâmetros interessantes de rede.

A teoria de grafos é uma importante ferramenta matemática para o projeto de topologia de uma rede. Com ela é possível modelar uma rede via grafos, na qual os pontos fixos da rede são modelados como vértices de um grafo e os cabos de fibra óptica, como arestas. Além disso, é possível estabelecer relações entre parâmetros requeridos em uma rede e invariantes de grafos. Essa relação pode ser observada no Quadro 1.

Quadro 1 – Requisitos de redes e invariantes de grafos

Parâmetros de redes ópticas	Invariantes de grafos
Custo	Ordem, tamanho, grau máximo, grau médio
Latência máxima	Diâmetro
Latência média	Distância média
Congestionamento da rede	<i>Betweenness</i> de aresta, variância de grau
Sobrevivência	Biconectividade
Resiliência	Impacto Nodal de Wiener

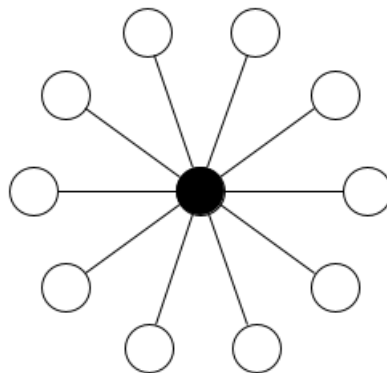
Fonte: Frascolla et al. (2019).

Do Quadro 1 é possível notar que vários parâmetros de rede podem ser mapeados por invariantes de grafos, como, por exemplo, o custo está diretamente relacionado com a

ordem (número de vértices) e o tamanho (número de arestas) do grafo, ou seja, quanto mais vértices e mais arestas um grafo possui, maior será o custo da rede. As definições de parâmetros de rede e de invariantes de grafos serão melhor aprofundados no Capítulo 2.

Existem diversos estudos de grafos que remetem à problemática da melhor topologia para que um grafo seja bem otimizado. Um grafo otimizado do ponto de vista da resiliência significa que, para alguma falha qualquer no menor caminho que há entre dois vértices, há um caminho alternativo não tão maior que o caminho original. Duas topologias relatadas em Paiva (2012) mostram como um projeto de topologia que não visa a otimização pode prejudicar gravemente a comunicação em uma rede, a saber, as topologias estrela e anel, que podem ser visualizadas nas Figuras 1 e 2, respectivamente.

Figura 1 – Topologia estrela



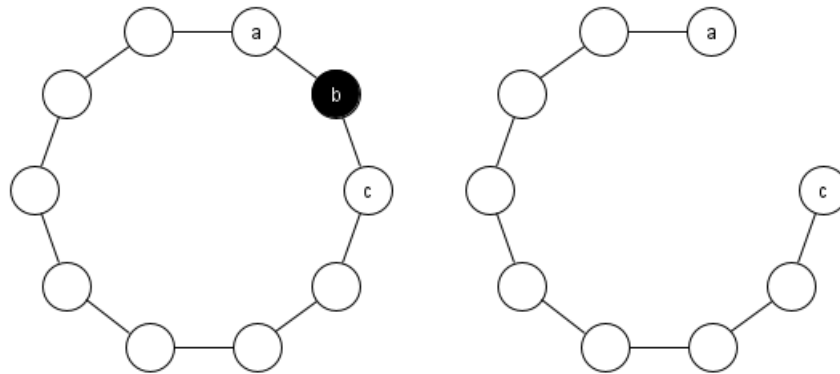
Fonte: Produção da própria autora.

Para a topologia estrela, Figura 1, pode-se notar que um único vértice, destacado na cor preta, está conectado a todos os demais vértices do grafo. Caso ocorra uma falha neste vértice, de forma que ele se torne inativo e, portanto, isolado, a comunicação entre todos os demais vértices será interrompida, não garantindo a sobrevivência à rede.

Por outro lado, uma falha em um vértice na topologia anel, Figura 2, não interrompe a comunicação entre os demais pares de vértices, contudo, é fácil notar que o caminho alternativo é demasiadamente maior do que o caminho original (caminho para a transmissão da informação antes da ocorrência da falha), não garantindo resiliência à rede. Nota-se que, caso ocorra uma falha no vértice *b* na topologia anel, o caminho do vértice *a* para *c*, que antes era de apenas duas arestas, passa a ser de oito arestas. Isso acarreta no aumento da latência, visto que, agora, o caminho para a informação percorrer é maior do que o original.

Apesar de existir vários estudos acerca da problemática de uma topologia de grafo otimi-

Figura 2 – Topologia anel



Fonte: Produção da própria autora.

zado, poucos estudos têm se concentrado na busca pela topologia ideal de uma rede de telecomunicações que seja resiliente a falhas. Ainda há muito o que se pesquisar sobre como projetar uma topologia de rede que seja resiliente, visto que a literatura também é deficiente no que tange o assunto sobre como adicionar novos enlaces a uma rede já existente que, constantemente, passa pelo processo de inserção de novos enlaces devido a novas demandas de tráfego. Assim, para que uma rede seja resiliente a falhas é imprescindível considerar no processo de adição de arestas e na função objetivo parâmetros como a invariante Impacto Nodal de Wiener (NWI), descrita em Frascolla et al. (2019), e o custo da adição desses novos enlaces.

Desta forma, este trabalho propõe preencher essa lacuna na literatura quanto à adição de novos enlaces à rede de forma estratégica. Essa adição deve ser realizada de forma assertiva, seguindo uma estratégia e uma ideia, e não de forma aleatória. Portanto, tem-se como intuito propor a adição de novos enlaces a redes já existentes, de forma que essa adição seja feita seguindo uma função objetivo que leva como variável de otimização as invariantes de grafos apresentadas no Quadro 1 de forma que, assim, a adição de novos enlaces à rede seja feita de forma assertiva. Assim, este projeto tem como intuito responder a pergunta do seguinte problema:

Problema: *Dada uma rede óptica de telecomunicações já existente, como adicionar novos enlaces a ela de forma a aumentar a sua resiliência em relação a possíveis falhas em seus pontos fixos?*

Diante do problema apontado, foram desenvolvidas rotinas computacionais a fim de realizar a adição de arestas em grafos representativos de redes ópticas reais. Para isso, duas abordagens foram utilizadas. A primeira delas é a abordagem exaustiva, em que são testadas todas as possíveis adições de aresta de um grafo e procura-se aquela que

proporciona o maior aumento da resiliência. A segunda trata-se de uma abordagem que utiliza a meta-heurística *Variable Neighborhood Search* (VNS). A adição proposta teve como intuito aumentar a resiliência da rede, por meio da redução dos NWIs.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Gerais

O projeto aqui apresentado teve como intuito o desenvolvimento de um projeto de topologia física de uma rede que seja otimizada em relação a resiliência, considerando que esse projeto trata da adição de novos enlaces à rede e que essa adição seja feita de forma assertiva, seguindo algum critério.

1.2.2 Objetivos Específicos

Como objetivo específico, o projeto objetivou o desenvolvimento de uma função objetivo considerando a invariante de grafos NWI apresentada no Quadro 1. Essa função objetivo tem como função o direcionamento da adição de um novo enlace à rede, sendo realizada de forma assertiva. Além disso, esse trabalho objetivou o desenvolvimento de rotinas computacionais para os cálculos dos parâmetros antes e depois da adição de um novo enlace à rede, de forma a quantificar a otimização obtida, bem como o desenvolvimento de rotinas computacionais para a adição da aresta seguindo a função objetivo.

1.3 Organização do Trabalho

Para tanto, este trabalho foi organizado da seguinte forma: O Capítulo 2 introduz o referencial teórico, contextualizando sobre redes ópticas de telecomunicações e teoria de grafos, bem como os seus conceitos mais importantes no que tange a esfera deste projeto. O Capítulo 3 descreve a metodologia utilizada neste trabalho e as suas etapas de desenvolvimento, detalhando como foram abordadas as metodologias exaustiva e meta-heurística VNS. Já no Capítulo 4 são apresentados os resultados para os diferentes métodos utilizados, bem como as análises acerca deles. Por fim, no Capítulo 5 o projeto é concluído e são indicadas ideias de trabalhos futuros.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo são apresentados conceitos importantes para o entendimento e desenvolvimento do trabalho em questão. Primeiramente são apresentados conceitos que tangem o assunto de redes ópticas de telecomunicações, definições interessantes, requisitos e projeto de topologia física. Em seguida, são descritos os principais conceitos de teoria de grafos aqui utilizados.

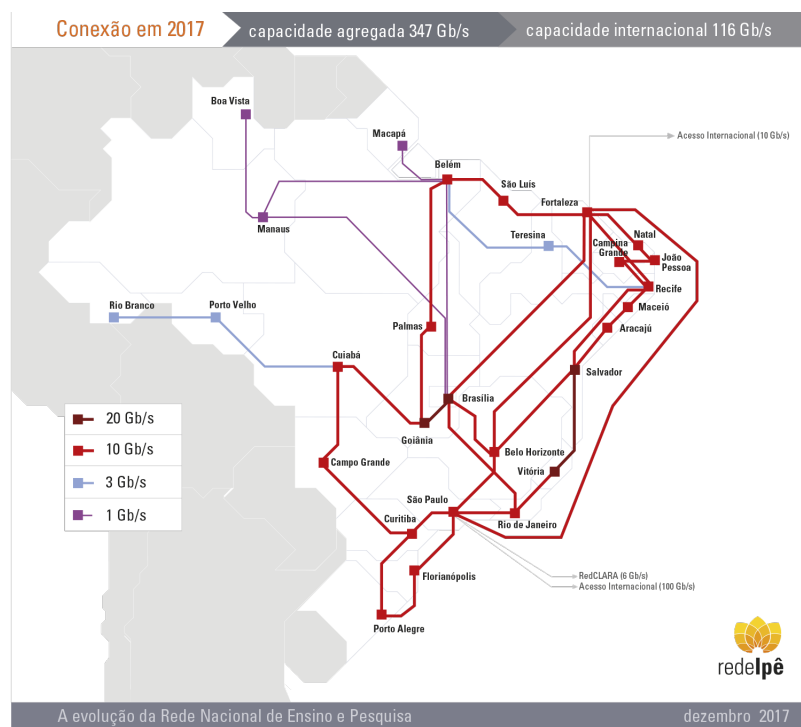
2.1 Redes Ópticas de Telecomunicações

Uma rede de telecomunicações pode ser definida como um conjunto de nós, pontos fixos, roteadores ou *data centers* interligados por enlaces ou cabos que estabelecem uma comunicação entre os nós. Segundo a Resolução Nº 693 (2018) do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações, uma rede de telecomunicações pode ser descrita também como um conjunto operacional contínuo de circuitos/enlaces e equipamentos que incluem funções tais como transmissão, comutação e multiplexação. Independentemente de qual for o serviço prestado, é de suma importância que uma rede de telecomunicações suporte a demanda de tráfego, garantindo uma confiabilidade e que não haja interrupção do serviço prestado.

Uma rede óptica é, basicamente, uma rede de telecomunicações que possui alta capacidade de transmissão de informação, baseada em fibra óptica (PAIVA, 2012). Aqui, neste trabalho, chamaremos apenas como redes ópticas. Tomando como exemplo a rede Ipê da Figura 3, ela é uma rede acadêmica que está presente em todo o território do Brasil, oferece internet de qualidade e tem capacidade de transmitir altos volumes de dados para o desenvolvimento de projetos científicos e novas tecnologias (RNP, 2022b). A rede Ipê é uma rede do sistema da Rede Nacional de Ensino e Pesquisa (RNP), que ao longo deste trabalho chamaremos pela sigla RNP.

A infraestrutura da rede RNP conta com 27 Pontos de Presença (PoPs), em que cada unidade da federação conta com um PoP, além das ramificações que atendem até 1,1 mil campi e unidades de instituições de ensino, pesquisa e saúde. Toda esta cobertura beneficia mais de 3,5 milhões de usuários. É por meio de um PoP que uma instituição consegue se conectar à RNP e usufruir da rede acadêmica nacional (RNP, 2022c). Segundo a atual coordenadora administrativa do PoP-RS, Jussara Musse, o PoP viabiliza soluções

Figura 3 – Rede Ipê conexão em 2017



Fonte: RNP (2022a).

inovadoras para o desenvolvimento da Educação, da Ciência, da Tecnologia e Inovação no país e a execução de políticas públicas.

Além disso, a RNP conta com conexões internacionais. Dentre elas, existe a conexão com a rede acadêmica europeia Géant, com a Cooperação Latino Americana de Redes Avançadas (RedCLARA) que conecta o Brasil a 15 países da América Latina, com as redes acadêmicas africanas, em particular a Rede de Ensino e Pesquisa Terciária da África do Sul (Tenet) e com as redes acadêmicas norte-americanas, em especial a Internet2.

Em 1992, entrou em operação o primeiro *backbone* de internet do Brasil, com a conexão de rede acadêmica entre os estados do Rio de Janeiro e de São Paulo. Ao longo de 25 anos, a RNP passou por inovações tecnológicas, das linhas telefônicas à conexão puramente óptica, elevando a sua capacidade de transmissão de 64 Kb/s para mais de 100 Gb/s (RNP, 2022c).

2.2 Teoria de Grafos

A teoria de grafos, como já dito, é uma grande aliada no projeto de topologia de rede óptica, visto que com ela é possível modelar uma rede via grafos e, a partir disso, estabelecer

comparativos entre requisitos de uma rede e invariantes de grafos. Como se deseja trabalhar com a resiliência da rede, de acordo como o Quadro 1, deve-se estudar e utilizar a invariante de grafos NWI. Antes de detalhar sobre o NWI, alguns outros conceitos importantes, segundo Paiva (2012), Benjamin A.; Chartrand (2015) e Chartrand (1977) serão definidos a seguir.

2.2.1 Definições

Um grafo $G = G(V, E)$ é, basicamente, um conjunto finito e não vazio de vértices ou nós $V = V(G)$ que está associado a um conjunto de arestas $E = E(G)$, em que as arestas são representadas por pares não ordenados de elementos de V distintos. Um par u, v , no qual $u, v \in V, u \neq v$ pode ser representado por uv e chamado de aresta.

Em seguida serão definidos conceitos da teoria de grafos e invariantes de grafos, isto é, prâmetros numéricos que estão associados a um determinado grafo e que não se considera o modo como os vértices são rotulados. A ordem de um grafo corresponde a quantidade de vértices que ele possui, ou seja, $n = n(G) = |V(G)|$ e o tamanho de um grafo é a quantidade de arestas que ele possui, ou seja, $m = m(G) = |E(G)|$.

Exemplo: Um grafo $G = G(V, E)$ como o da Figura 4, com $n=4$ vértices e $m=4$ arestas, possui os seguintes conjuntos de vértices e arestas, respectivamente:

$$V = V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$$

$$E = E(G) = \{v_1v_2, v_1v_3, v_2v_3, v_3v_4\}$$

Um grafo é chamado de grafo completo se todos os seus vértices possuem conexão entre si, tal como na Figura 5.

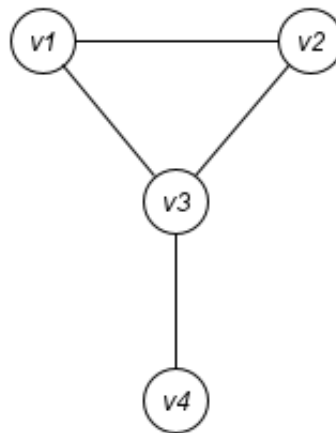
Um grafo completo possui um tamanho igual a:

$$m = \frac{n * (n - 1)}{2}. \quad (2.1)$$

O grau de um vértice $d(v)$ é a quantidade de arestas que incidem sobre esse vértice.

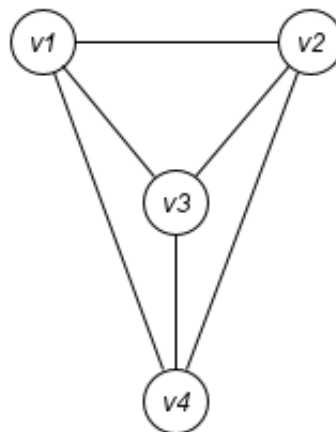
Exemplo: Dado o grafo G da Figura 4, os graus dos vértices são: $d(v_1) = 2, d(v_2) = 2, d(v_3) = 3, d(v_4) = 1$.

Figura 4 – Grafo de ordem 4 e tamanho 4



Fonte: Produção da própria autora.

Figura 5 – Grafo completo de ordem 4



Fonte: Produção da própria autora.

Grau mínimo de um grafo $\delta(G)$ é o menor grau de um vértice dentre o conjunto $V(G)$. Grau máximo de um grafo $\Delta(G)$ é o maior grau de um vértice dentre o conjunto $V(G)$. Grau médio de um grafo $\bar{d}(G)$ é a média aritmética dos graus de todos os vértices de G .

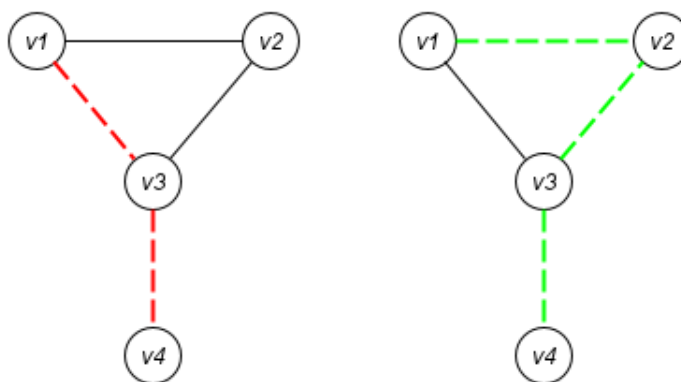
Exemplo: Para o grafo G da Figura 4, tem-se que o grau mínimo $\delta(G)=1$, $\Delta(G)=3$ e $\bar{d}(G)=2$.

Um percurso de v_1 a v_k em um grafo é uma sequência finita v_1, v_2, \dots, v_k de vértices de V , tal que $v_i v_{i+1} \in E$ para $i \leq 1 \leq k-1$. Caminho é um percurso no qual nenhum vértice se repete. O comprimento de um percurso é o número de arestas utilizadas nele. Geodésica é o menor caminho interligando dois vértices de $V(G)$, ou seja, é o caminho entre dois

vértices que utiliza a menor quantidade de arestas.

Exemplo: Para o grafo G da Figura 4, tem-se 2 possíveis caminhos do vértice v_1 para o vértice v_4 , conforme ilustrado na Figura 6: (i) v_1, v_3, v_4 ; (ii) v_1, v_2, v_3, v_4 . O caminho (i), destacado em vermelho pontilhado na Figura 6, possui comprimento igual a 2 unidades de arestas e o caminho (ii), destacado em verde pontilhado na Figura 6, 3 unidades de arestas. Portanto, a geodésica que interliga os vértices v_1 ao v_4 é o caminho (i), visto que é o caminho entre esses dois vértices que possui o menor comprimento.

Figura 6 – Diferentes caminhos do vértice v_1 ao v_4 do grafo G da Figura 4



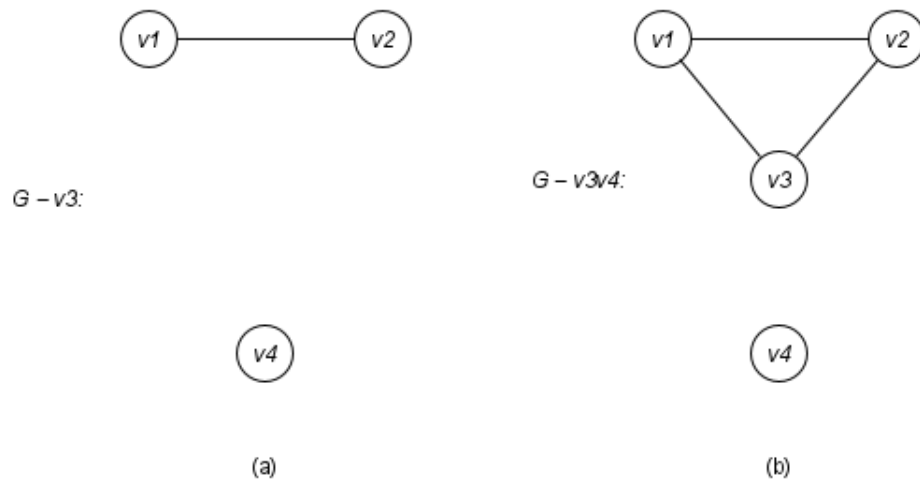
Fonte: Produção da própria autora.

Um grafo G é dito conexo se existe pelo menos um caminho interligando cada par de vértices de $V(G)$. A conectividade de vértices de um grafo $k(G)$ é o menor número de vértices que, quando removidos, provoca a desconexão do grafo, ou o reduz a um único vértice. Já a conectividade de arestas $k'(G)$, de forma análoga, é o menor número de arestas que, quando removidos, provoca a desconexão do grafo. O grafo G da Figura 4 possui conectividade de vértices igual a 1, visto que basta retirar apenas o vértice v_3 para torná-lo desconexo, e conectividade de arestas também igual a 1, isso porque, caso seja retirada a aresta v_3v_4 , o grafo torna-se desconexo, conforme é possível visualizar na Figura 7.

A partir da Figura 7 tem-se que ambos os grafos, $G - v_3$ e $G - v_3v_4$, são compostos por duas componentes conexas. Já o grafo da Figura 4 possui uma única componente conexa, porque ele próprio é um grafo conexo.

Assim, tem-se mais duas importantes definições. Um vértice v é chamado de ponto de articulação se, ao ser retirado, torna o grafo desconexo, ou aumenta o número de componentes conexas de um grafo G . Uma aresta uv é dita ponte se, ao ser retirada, torna o grafo desconexo, ou aumenta o número de componentes conexas de um grafo G .

Figura 7 – Grafo desconexo: (a) Grafo G da Figura 4 após a retirada do vértice v_3 ; (b) Grafo G da Figura 4 após a retirada da aresta v_3v_4 .



Fonte: Produção da própria autora.

Exemplo: Para o grafo G da Figura 4, tem-se que o vértice v_3 é um ponto de articulação e a aresta v_3v_4 é uma ponte.

A distância entre dois vértices v e u pertencentes a $V(G)$, denominada $dist(u, v)$, é o comprimento de uma geodésica interligando v e u , desde que haja um caminho entre eles.

Exemplo: Para o grafo G da Figura 4, tem-se que as distâncias entre todos os pares de vértices são: $dist(v_1v_2)=1$, $dist(v_1v_3)=1$, $dist(v_1v_4)=2$, $dist(v_2v_3)=1$, $dist(v_2v_4)=2$ e $dist(v_3v_4)=1$.

A matriz distância de um grafo G , $Dist(G)$, é uma matriz de ordem n dada pela Equação 2.2:

$$Dist(G) = \begin{cases} dist(v_i, v_j), & v_i, v_j \in V(G), i \neq j; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.2)$$

Exemplo: Para o grafo G da Figura 4, tem-se que a matriz distância é dada pela Equação 2.3:

$$Dist(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

O diâmetro, $diam(G)$ é igual ao comprimento da maior geodésica de um grafo G . A transmissão de um vértice v , $T(v)$, é dada pela Equação 2.4:

$$T(v) = \sum_{u \in V} dist(u, v). \quad (2.4)$$

Exemplo: Para o grafo G da Figura 4, tem-se que o $diam(G)=2$. As transmissões dos vértices de G são: $T(v_1)=4$, $T(v_2)=4$, $T(v_3)=3$ e $T(v_4)=5$.

A transmissão de um grafo G , $H(G)$, é a soma de todas as entradas da matriz distância da Equação 2.2, ou, em outras palavras, a soma das transmissões de todos os vértices de G . $H(G)$ é dada pela Equação 2.5:

$$H(G) = \sum_{u \in V} \sum_{v \in V} dist(u, v). \quad (2.5)$$

A distância média de um grafo G de ordem n é dada pela Equação 2.6:

$$h(G) = \frac{H(G)}{n(n-1)}. \quad (2.6)$$

Exemplo: Para o grafo G da Figura 4, tem-se que o $H(G)=16$ e $h(G)=1,333$.

A *betweenness* de uma aresta uv é dada pela Equação 2.7:

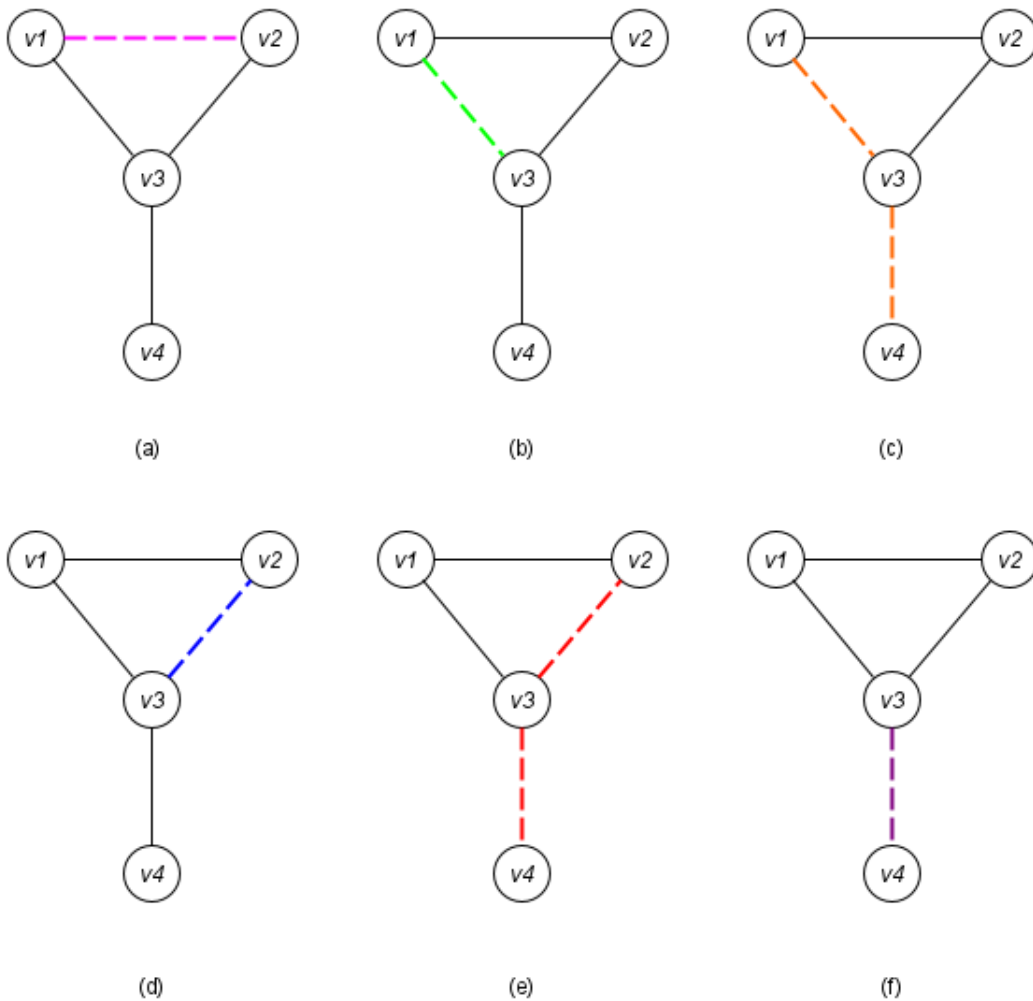
$$b_{uv} = \sum_{k \in V} \sum_{l \in V, k < l} \frac{s_{uv}^{kl}}{s^{kl}}; \forall uv \in E(G), \quad (2.7)$$

em que s_{uv}^{kl} é a quantidade de geodésicas interligando k e l ($k < l$) que utilizam a aresta uv e s^{kl} é o número de geodésicas que interligam k e l .

Exemplo: Para o grafo G da Figura 4, tomando como exemplo a aresta v_1v_2 para o cálculo da sua *betweenness*, tem-se que seu valor é dado pelo resultado da Equação 2.8, ou seja, $b_{v_1v_2}$ é igual a 1. Ao fazer a análise da aresta v_1v_2 , visualizando o grafo da Figura 8, é possível notar que apenas uma geodésica, dentre todas as existentes em G , utiliza a aresta em questão, o que justifica o resultado obtido na Equação 2.8. Concluindo, tem-se que as demais arestas do grafo possuem os seguintes valores de *betweenness*: $b_{v_1v_3}=2$, $b_{v_2v_3}=2$ e $b_{v_3v_4}=3$.

$$b_{v_1v_2} = \frac{s_{v_1v_2}^{v_1v_2}}{s_{v_1v_2}^{v_1v_2}} + \frac{s_{v_1v_2}^{v_1v_3}}{s_{v_1v_3}^{v_1v_2}} + \frac{s_{v_1v_2}^{v_1v_4}}{s_{v_1v_4}^{v_1v_2}} + \frac{s_{v_1v_2}^{v_2v_3}}{s_{v_2v_3}^{v_1v_2}} + \frac{s_{v_1v_2}^{v_2v_4}}{s_{v_2v_4}^{v_1v_2}} + \frac{s_{v_1v_2}^{v_3v_4}}{s_{v_3v_4}^{v_1v_2}} = \frac{1}{1} + \frac{0}{1} + \frac{0}{1} + \frac{0}{1} + \frac{0}{1} + \frac{0}{1} = 1 \quad (2.8)$$

Figura 8 – Geodésicas do grafo G da Figura 4: (a) Geodésica v_1v_2 ; (b) Geodésica v_1v_3 ; (c) Geodésica v_1v_4 ; (d) Geodésica v_2v_3 ; (e) Geodésica v_2v_4 ; (f) Geodésica v_3v_4



Fonte: Produção da própria autora.

A variância de grau de um grafo G determina o quão distante os graus de todos os vértices de G estão do grau médio. A variância $\sigma(G)$ é dada pela Equação 2.9.

$$\sigma(G) = \frac{1}{n} \sum_n (\bar{d} - d(v_n))^2. \quad (2.9)$$

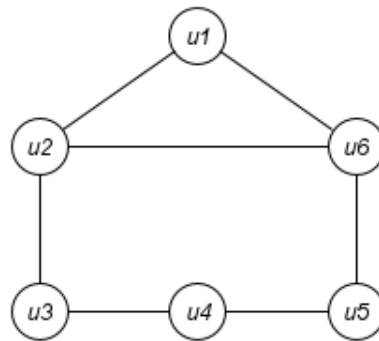
Exemplo: Para o grafo G da Figura 4, tem-se que a variância de grau é igual a 0,5.

O Índice de Wiener, $W(G)$ é definido como a metade da soma da matriz distância, $Dist(G)$, conforme a Equação 2.10. Como as arestas são bidirecionais, o Índice de Wiener pode ser interpretado também como a soma dos termos abaixo da diagonal principal da matriz distância $Dist(G)$, ou também como a soma dos termos acima da diagonal principal.

$$W(G) = \sum_{u \in V} \sum_{v \in V, v < u} dist(u, v). \quad (2.10)$$

Exemplo: Para o grafo G da Figura 9, tem-se que sua matriz distância é dada pela Equação 2.11:

Figura 9 – Grafo 2-vértice-conexo de ordem 6 e tamanho 7



Fonte: Produção da própria autora.

$$Dist(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Assim, tem-se que o Índice de Wiener $W(G)=24$.

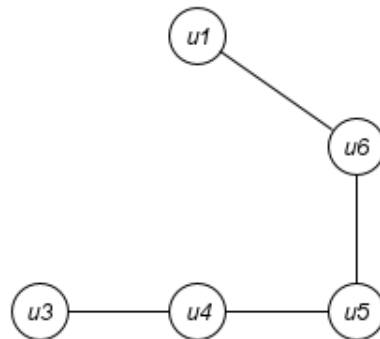
Em Frascolla et al. (2019) foi definido uma invariante chamada *Node Wiener Impact* (NWI), traduzido para o português como Impacto Nodal de Wiener. Tal invariante quantifica o impacto da remoção de um vértice nas distâncias entre demais pares de vértices de um determinado grafo. Assim, ela é definida pela Equação 2.12:

$$\tau(v) = W(G - v) - (W(G) - T(v)), \quad (2.12)$$

em que $W(G - v)$ é o Índice de Wiener do grafo G após a remoção do vértice v .

Exemplo: Para o grafo G da Figura 9, tem-se que se for retirado o vértice u_2 , teremos o grafo resultante G' como ilustrado na Figura 10 e a sua matriz distância como na Equação 2.14:

Figura 10 – Grafo G da Figura 9 após a remoção do vértice u_2



Fonte: Produção da própria autora.

Para a construção da matriz distância $Dist(G')$, primeiramente foram retiradas a linha e a coluna que representa as distâncias do vértice u_2 aos demais vértices do grafo e, em seguida, as distâncias entre os demais pares de vértices foram atualizadas, conforme a Equação 2.13. O resultado da matriz distância $Dist(G')$ pode ser visualizado na Equação 2.14.

$$Dist(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow Dist(G') = \begin{bmatrix} 0 & - & 4 & 3 & 2 & 1 \\ - & - & - & - & - & - \\ 4 & - & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & - & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & - & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & - & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$Dist(G') = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Assim, é possível afirmar que $W(G - v) = W(G') = 20$.

A matriz $Dist(G')$ da Equação 2.14 é a forma resumida da matriz $Dist(G)$ da Equação 2.13. Note que o item $dist(u_1u_3) = dist(u_3u_1)$ na matriz $Dist(G)$ da Equação 2.13 é igual a 2 unidades de distância e tornou-se igual a 4, na Equação 2.14, após a remoção do vértice u_2 , como também, o item $dist(u_3u_6) = dist(u_6u_3)$ que era igual a 2, tornou-se igual a 3 unidades de distância. Ou seja, houve um aumento de 3 unidades nas distâncias entre todos os pares de vértices, após a retirada de u_2 .

Sabendo que a transmissão do vértice u_2 é $T(u_2)=7$, tem-se que o NWI dele é dado pela Equação 2.15:

$$\tau(u_2) = W(G - u_2) - (W(G) - T(u_2)) = 20 - (24 - 7) = 3. \quad (2.15)$$

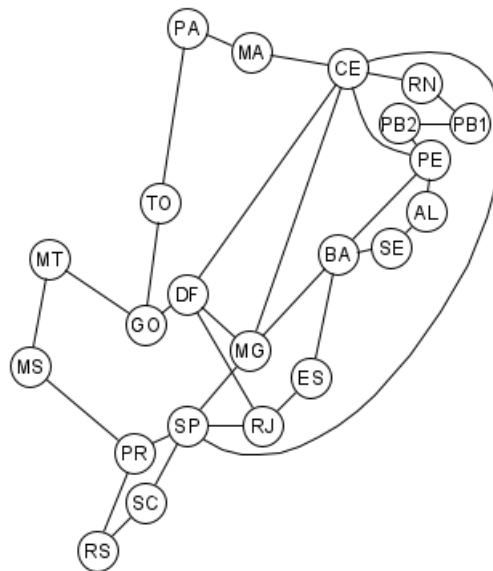
O NWI do vértice u_2 é igual a 3 unidades de distância, como já esperado. Os valores de NWI dos demais pares de vértices são: $\tau(u_1)=0$, $\tau(u_3)=1$, $\tau(u_4)=1$, $\tau(u_5)=1$, $\tau(u_6)=3$.

2.3 Relação entre Redes Ópticas de Telecomunicações e Teoria de Grafos

2.3.1 Modelagem

Com a teoria de grafos é possível modelar redes ópticas e estabelecer relações entre parâmetros de redes e invariantes de grafos, como exposto no Quadro 1. Uma rede óptica pode ser modelada via grafos, em que os pontos fixos ou roteadores da rede podem ser modelados como vértices de um grafo e os enlaces ou fibras ópticas, podem ser modeladas como arestas. Para a rede RNP da Figura 3, podemos modelar a parte da rede com capacidade de transmissão de 10 e 20 Gb/s via grafo conforme a Figura 11.

Figura 11 – Modelagem da rede RNP via grafo



Fonte: Produção da própria autora.

A rede Ipê (Figura 3) foi modelada de forma que os pontos fixos ou roteadores, presentes nas capitais brasileiras, foram representados por vértices e os cabos de fibra óptica foram representados como arestas. Desta forma, a partir da modelagem via grafos, é possível, agora, estabelecer comparativos entre parâmetros de redes ópticas e invariantes de grafos.

2.3.2 Parâmetros de redes ópticas e invariantes de grafos

Tendo conhecimento sobre diversos conceitos e invariantes de grafos, agora é possível estabelecer comparativos com os requisitos de redes ópticas como mostrados no Quadro 1.

De acordo com o Quadro 1 tem-se que o custo de uma rede óptica está diretamente relacionado com a ordem, o tamanho, o grau máximo e o grau médio. Tomando como exemplo a ordem e o tamanho, tem-se que quanto mais vértices e arestas possui um grafo, conseqüentemente existem mais roteadores e mais cabos de fibra óptica na rede e, portanto, maior será o custo para ela.

O diâmetro de um grafo, ou, em outras palavras, o comprimento da sua maior geodésica, corresponde a latência máxima da rede. Visto que, quanto maior o diâmetro, maior será o tempo da entrega da informação. Analogamente, a distância média de um grafo corresponde à latência média em uma rede.

Já o parâmetro congestionamento da rede está interligado à medida *betweenness* de aresta e à invariante variância de grau. A *betweenness* de aresta quantifica o quão importante é uma aresta, em relação às geodésicas do grafo. Se uma aresta é muito utilizada pelas geodésicas de um grafo, maior será o congestionamento nessa aresta. Como, por exemplo, a aresta v_3v_4 do grafo da Figura 4, possui o maior valor de *betweenness* de aresta, isso porque é a aresta que está mais presente nas geodésicas entre todos os pares de vértices do grafo, como pode ser constatado na Figura 8. A variância de grau indica o quão distante os graus dos vértices de um determinado grafo estão do grau médio. Quanto mais distante de zero for a variância de grau, mais heterogêneo é o grafo em termos de grau dos vértices e, portanto, o tráfego de informações em uma rede não será bem distribuído.

Quanto à sobrevivência de uma rede, tem-se que tal parâmetro está relacionado à biconectividade de um grafo. Isso quer dizer que um grafo deve ter no mínimo conectividade de vértices 2, para que uma rede seja sobrevivente. A conectividade de vértice é uma métrica de robustez em relação a falhas em nós (PAIVA, 2012). Um grafo biconexo garante que, caso um vértice seja removido, haverá um caminho alternativo de forma a não interromper a comunicação entre os demais vértices. Tomando como exemplo o grafo da Figura 4, que possui conectividade de vértices igual a 1, é possível notar que se o vértice v_3 for removido, não existirá mais um caminho do vértice v_4 até os vértices v_1 e v_2 . É importante notar que a presença de pontos de articulação em um grafo é totalmente prejudicial no quesito sobrevivência de uma rede óptica, visto que qualquer falha que venha a ocorrer nesse ponto de articulação, acontecerá uma interrupção na comunicação da rede.

Por fim, a resiliência de uma rede está relacionada à invariante NWI. Em um grafo biconexo é importante que, além de existir um caminho alternativo para todos os pares de vértices do grafo em caso de falhas, esse caminho não seja tão maior do que o caminho original (FRASCOLLA et al., 2019). Caso o caminho seja muito maior, a latência aumentará, o que pode ocasionar a perda de informações importantes na comunicação da rede. Para

isso, é utilizado o máximo valor de NWI dentre todos os pares de vértices de um grafo de forma a quantificar a resiliência da rede correspondente. Quanto maior for esse valor, menos resiliente será a rede óptica.

2.4 Meta-heurística VNS

A meta-heurística VNS é um método metaheurístico para resolver problemas de otimização. O VNS é baseado em buscas locais dentro de estruturas chamadas de estruturas de vizinhança (MLADENOVIC; HANSEN, 1997). Em cada busca local o VNS busca por soluções. Uma solução ótima dentro de uma busca local, é chamada de ótimo local. Já um ótimo global é um ótimo local em relação a todas as estruturas de vizinhança do VNS. Assim, o VNS propõe percorrer todas as estruturas de vizinhança em busca de soluções cada vez melhores.

Segundo Mladenovic e Hansen (1997), dado um problema de otimização combinatória ou global denotado por:

$$\min f(x), \quad (2.16)$$

em que $x \in X$, $f(x)$ é uma função objetivo que deve ser minimizada e X é um conjunto de possíveis soluções para o problema proposto. Dada uma solução $x^* \in X$, ela é considerada ótima se:

$$f(x^*) \leq f(x), \forall x \in X. \quad (2.17)$$

Um algoritmo exato, para o problema destacado, considera a solução x^* uma solução ótima global, ou seja, ela é a melhor solução dentre o conjunto solução. Ou ainda, ele considera que não há solução viável. Como o VNS não consegue garantir que uma determinada solução ótima local é uma ótima global, considera-se, portanto o seguinte:

$$f(x_L) \leq f(x), \forall x \in N(x_L) \cap X, \quad (2.18)$$

em que x_L é um ótimo local e $N(x_L)$ denota uma vizinhança de x_L .

O algoritmo representativo da meta-heurística VNS pode ser visualizando no Algoritmo 1.

Algoritmo 1: ALGORITMO VNS PARA MELHORIA DA FUNÇÃO X

```
1 início
2   repita
3      $k \leftarrow 1$ 
4     repita
5        $x^* \leftarrow x$ 
6        $x \leftarrow \min(f(y), y \in N(x))$ 
7     até  $f(x) \geq f(x^*)$ ;
8     se  $f(x^*) < f(x)$  então
9        $x^* \leftarrow x$ 
10       $k \leftarrow 1$ 
11     fim
12    senão
13       $k \leftarrow k + 1$ 
14    fim
15  até  $k = k_{max}$ ;
16 fim
```

3 METODOLOGIA E ETAPAS DE DESENVOLVIMENTO

3.1 Metodologia aplicada

A natureza deste projeto caracteriza-se como uma pesquisa aplicada, haja vista que os resultados foram obtidos com o intuito de aplicação prática, como solução de um problema. Quanto aos objetivos já apontados anteriormente, esse trabalho se classifica como uma pesquisa exploratória, isso porque ele busca aprofundar-se em conhecimentos poucos explorados na literatura, explicar fenômenos ainda pouco conhecidos e realizar análises de forma mais abrangente. Do ponto de vista dos métodos utilizados, é possível afirmar que trata-se de uma pesquisa experimental, já que são realizados experimentos controlados, acompanhado de coleta e análise estatística dos dados. Quanto a sua abordagem, a pesquisa é dita quantitativa, visto que utiliza-se da coleta e análise de dados numéricos e de modelos matemáticos para a obtenção dos mesmos.

O presente trabalho teve como objetivo o aumento da resiliência de uma rede. Esse parâmetro de rede, como já citado anteriormente, tem ligação direta com a invariante NWI, e ela é quantificada em Frascolla et al. (2019) através do máximo valor de NWI dentre todos os vértices de um grafo. Contudo, essa quantificação determina a resiliência de uma forma muito pontual, destacando um determinado vértice dentre os demais. Diante disso, esse trabalho propõe a utilização de uma segunda métrica para quantificar a resiliência de uma rede de uma forma mais global: o somatório dos impactos Nodais de Winer (SNWI). Essa métrica é dada pela Equação 3.1:

$$\Psi(G) = \sum_n NWI(n). \quad (3.1)$$

O SNWI, como o próprio nome diz, é o somatório dos impactos de todos os vértices de um grafo, dessa forma, ao propor uma otimização a topologia física de uma rede, será obtido uma otimização em relação ao impacto mais crítico do grafo (através do máximo NWI) e aos impactos do grafo de forma geral e única (através do SNWI).

Assim, o aumento da resiliência de uma rede será obtido a partir da redução do máximo NWI e do SNWI. E, para atingir tal objetivo, é proposta a adição de novos enlaces de forma que esta adição leve à minimização das métricas destacadas. A adição de arestas a um determinado grafo causa o encurtamento de caminhos e, conseqüentemente, a redução

das distâncias entre os pares de vértices do grafo. Essa redução pode levar ao decréscimo, ou não, dos NWI. Para isso, foi desenvolvida uma função objetivo que utiliza a invariante NWI como chave para a adição de arestas. O cálculo dos NWIs para a função objetivo é realizado conforme o Algoritmo 2¹.

Algoritmo 2: FUNÇÃO QUE CALCULA O IMPACTO NODAL DE WIENER

Entrada: Grafo G 2-conexo

Saída: Máximo NWI e SNWI

```

1 início
2   para  $i \leftarrow 1$  até  $n(G)$  faça
3     um novo grafo  $H$  recebe uma cópia de  $G$ 
4     calcula a transmissão do vértice  $i$ ,  $T(i)$ 
5     remove o vértice  $i$  de  $H$ 
6     calcula o índice de Wiener,  $W(H)$ 
7     calcula o NWI pela fórmula  $\tau(i) = W(H) - (W(G) - T(i))$ 
8     acumula o NWI no SNWI:  $\Psi(G) = \Psi(G) + \tau(i)$ 
9   fim
10 fim
11 retorna máximo NWI e o valor de SNWI

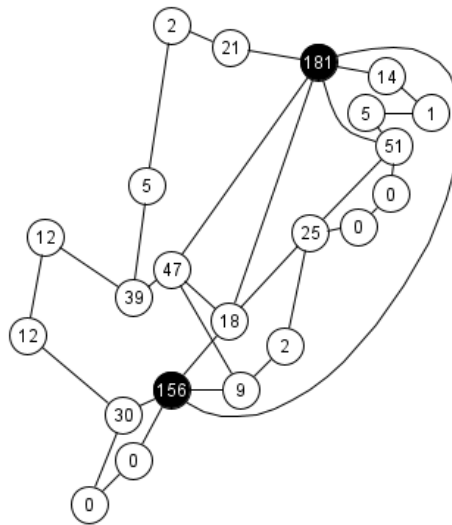
```

Assim, com a função objetivo desenvolvida, redes ópticas reais do banco de redes de Routray et al. (2015) foram modeladas por meio de rotinas computacionais desenvolvidas em Python (van Rossum, 1995) e utilizando a biblioteca específica para grafos, NetworkX (HAGBERG; SWART; SCHULT, 2008). Foram desenvolvidos *scripts* para o cálculo das invariantes desejadas, bem como para a adição de novas arestas aos grafos modelados. Essa adição foi realizada utilizando recursos exaustivos, como também utilizando a meta-heurística *Variable Neighborhood Search* (MLADENOVIC; HANSEN, 1997), comumente conhecida como VNS.

A modelagem das redes ópticas na forma de grafos foi realizada de duas formas distintas: ora considerando as arestas com peso unitário, ora considerando as arestas com pesos de acordo com a distância real entre os pontos fixos da rede. Ao considerar as arestas com peso unitário, tem-se que todas as arestas são consideradas de forma igualitária, não levando em conta os seus comprimentos reais. Ao implementar peso às arestas, é considerado a sua distância real e, portando, um custo associado a elas e a aresta a ser adicionada, tornando o grafo uma representação mais fidedigna da rede associada. A rede RNP foi modelada via grafo conforme pode ser visualizado na Figura 12.

¹ Todos os algoritmos desenvolvidos neste trabalho estão disponíveis no repositório do link <https://github.com/fortunadebora/TCC_Debora_CFL.git>

Figura 12 – Impactos Nodais de Wiener para os vértices do grafo da rede RNP, sem pesos



Fonte: Produção da própria autora.

Para a implementação dos pesos às arestas, foi calculada a distância real entre os pontos fixos da rede e, após isso, essas distâncias foram normalizadas de forma a obter um número inteiro que possibilitasse seu uso como peso para as arestas.

3.1.1 Normalização das distâncias reais

Para realizar a normalização das distâncias, primeiramente foi realizado o cálculo da distância entre dois pontos fixos da rede utilizando suas latitudes e longitudes, de acordo com a Equação 3.2:

$$dist. = 6371 * (acos(\text{sen}((Lat_1)) * \text{sen}(Lat_2) + \text{cos}(Lat_1) * \text{cos}(Lat_2) * \text{cos}(Long_1 - Long_2))). \quad (3.2)$$

Em que Lat_1 e Lat_2 são as latitudes do primeiro e do segundo ponto, respectivamente e $Long_1$ e $Long_2$ são as longitudes dos mesmos pontos.

Com as distâncias reais calculadas, o algoritmo desenvolvido calcula o intervalo de normalização que tem tamanho igual à razão entre a maior distância real do grafo e o diâmetro do grafo sem peso, como na Equação 3.3.

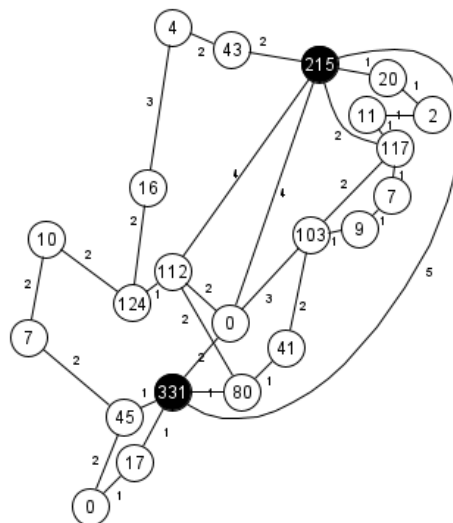
$$\text{intervalo normalizado} = \frac{\max(\text{distância real})}{\text{diam}(G)}. \tag{3.3}$$

Tendo o intervalo normalizado calculado, uma distância normalizada será dada pela razão entre a distância real e o intervalo normalizado arredondada para cima, conforme Equação 3.4.

$$\text{distância normalizada} = \left\lceil \frac{\text{distância real}}{\text{intervalo normalizado}} \right\rceil. \tag{3.4}$$

Para a rede RNP, por exemplo, foi possível obter o grafo conforme a Figura 13 após a normalização das distâncias.

Figura 13 – Impactos Nodais de Wiener para os vértices do grafo da rede RNP, com pesos



Fonte: Produção da própria autora.

3.2 Abordagem Exaustiva

Para alcançar o objetivo proposto, de encontrar a adição de aresta que proporciona a maior diminuição dos NWI e do somatório dos impactos, foi desenvolvido um algoritmo que testa, exaustivamente, todas as possíveis adições. O algoritmo para a abordagem exaustiva foi descrito no Algoritmo 3.

Algoritmo 3: ALGORITMO EXAUSTIVO**Entrada:** Grafo 2-vértice-conexo

```

1 início
2   para  $i \leftarrow 1$  até  $n(G)$  faça
3     para  $j \leftarrow i$  até  $n(G)$  faça
4       se  $(i, j) \notin E(G)$  então
5         adiciona a aresta  $(i, j)$ 
6         calcula o Impacto Nodal de Wiener de todos os vértices
7         computa o  $\max(\text{NWI})$  e o  $\text{SNWI}$ 
8         remove a aresta  $(i, j)$ 
9       fim
10    fim
11  fim
12 fim
13 retorna a aresta cuja adição resultou na maior minimização do  $\max(\text{NWI})$  e do
    SNWI

```

Para tanto, a quantidade de possíveis adições, ou testes, que o algoritmo realiza é dado pela quantidade de arestas que o grafo de ordem n teria se fosse um grafo completo (conforme Equação 2.1) reduzido da quantidade m de arestas que o grafo original já possui. Em outras palavras, a quantidade de testes é igual a quantidade todas as possíveis arestas que podem existir em um grafo menos o seu tamanho m , como descrito na Equação 3.5:

$$testes = \frac{n * (n - 1)}{2} - m. \quad (3.5)$$

3.3 Meta-heurística VNS

Tendo em vista que o método exaustivo testa todas as possíveis adições de aresta de um grafo, isso torna o custo computacional demasiadamente grande à medida que aumenta o número de vértices de um grafo. Como alternativa para minimizar os custos computacionais foi desenvolvido um algoritmo utilizando a meta-heurística VNS. O VNS é baseado em uma série de buscas locais em diferentes estruturas de vizinhanças. Ele procura pela adição de aresta que minimiza o máximo NWI ou o SNWI de um grafo G , de acordo com a escolha do usuário do algoritmo.

O algoritmo inicializa escolhendo os vértices iniciais v_1 e v_2 . Para fins de análise, os vértices

iniciais v_1 e v_2 foram escolhidos de duas formas distintas:

- (i) v_1 e v_2 são os vértices que possuem o maior NWI dentre todos os vértices do grafo G (que neste trabalho, serão chamados de vértices iniciais fixos);
- (ii) v_1 e v_2 são os vértices mais distantes da solução encontrada no algoritmo exaustivo (que neste trabalho serão chamados de vértices iniciais mais distantes).

As estruturas de vizinhança características da meta-heurística VNS são construídas seguindo o padrão conforme a Equação 3.6:

$$\text{estrutura de vizinhanças} = [[0, 0], [1, 0], [0, 1], [1, 1], \dots, [d_1, d_2], \dots, [[h(G)], [h(G)]]], \quad (3.6)$$

onde $h(G)$ é a distância média de G . Em cada vizinhança, os vértices que estão distantes de v_1 a uma distância d_1 são combinados com os vértices que distam de v_2 a uma distância d_2 . Ou seja, na vizinhança de índice 0 que é a vizinhança $[0,0]$, os vértices a distância 0 de v_1 serão combinados com os vértices de distância 0 de v_2 , em especial, nessa vizinhança, a combinação resulta nos próprios vértices v_1 e v_2 . Já na vizinhança de índice 1, que é a vizinhança $[1,0]$, os vértices a distância 1 de v_1 serão combinados com o vértice v_2 e assim por diante. Cada combinação forma um par de vértices e, portanto, arestas para a realização dos testes de adição. Essas arestas constituirão um conjunto denominado conjunto de vizinhos.

Tomando como exemplo a rede RNP da Figura 12, tem-se que os vértices de maior valor de NWI são os vértices CE e SP, com NWI igual a 181 e 156, respectivamente. Considerando esses vértices como os vértices iniciais ($v_1 = \text{CE}$ e $v_2 = \text{SP}$), visto que eles são os vértices de maior valor de NWI, tem-se que as quatro primeiras vizinhanças, V , são formadas da seguinte forma:

(i) $[0, 0]$ é composto pelas arestas constituídas dos vértices a uma distância 0 de v_1 (que é o próprio vértice v_1 , CE) e dos vértices a uma distância 0 de v_2 (que é o próprio v_2 , SP): $V_{0,0} = \text{CE-SP}$.

(ii) $[1, 0]$ é composto pelas arestas constituídas dos vértices a uma distância 1 de v_1 (que são os vértices MA, DF, MG, PE, RN e SP) e dos vértices a uma distância 0 de v_2 (que é o próprio v_2 , SP): $V_{1,0} = \text{MA-SP}; \text{DF-SP}; \text{MG-SP}; \text{PE-SP}; \text{RN-SP}; \text{SP-SP}$.

(iii) $[0, 1]$ é composto pelas arestas constituídas dos vértices a uma distância 0 de v_1 (que é o próprio vértice v_1 , CE) e dos vértices a uma distância 1 de v_2 (que são os vértices

PR, SC, CE, RJ e MG): $V_{0,1} = \text{CE-PR; CE-SC; CE-CE; CE-RJ; CE-MG}$.

(iv) $[1, 1]$ é composto pelas arestas constituídas dos vértices a uma distância 1 de v_1 (que são os vértices MA, DF, MG, PE, RN e SP) e dos vértices a uma distância 1 de v_2 (que são os vértices PR, SC, CE, RJ e MG): $V_{1,1} = \text{MA-PR; MA-SC; MA-CE; MA-RJ; MA-MG; DF-PR; DF-SC; DF-CE; DF-RJ; DF-MG; MG-PR; MG-SC; MG-CE; MG-RJ; MG-MG; PE-PR; PE-SC; PE-CE; PE-RJ; PE-MG; RN-PR; RN-SC; RN-CE; RN-RJ; RN-MG; SP-PR; SP-SC; SP-CE; SP-RJ; SP-MG}$.

A formação das vizinhanças continua sucessivamente até chegar na vizinhança $V_{[h(G)], [h(G)]}$. Os vizinhos de $v_1 = \text{CE}$ e de $v_2 = \text{SP}$ podem ser visualizados na Figura 14.

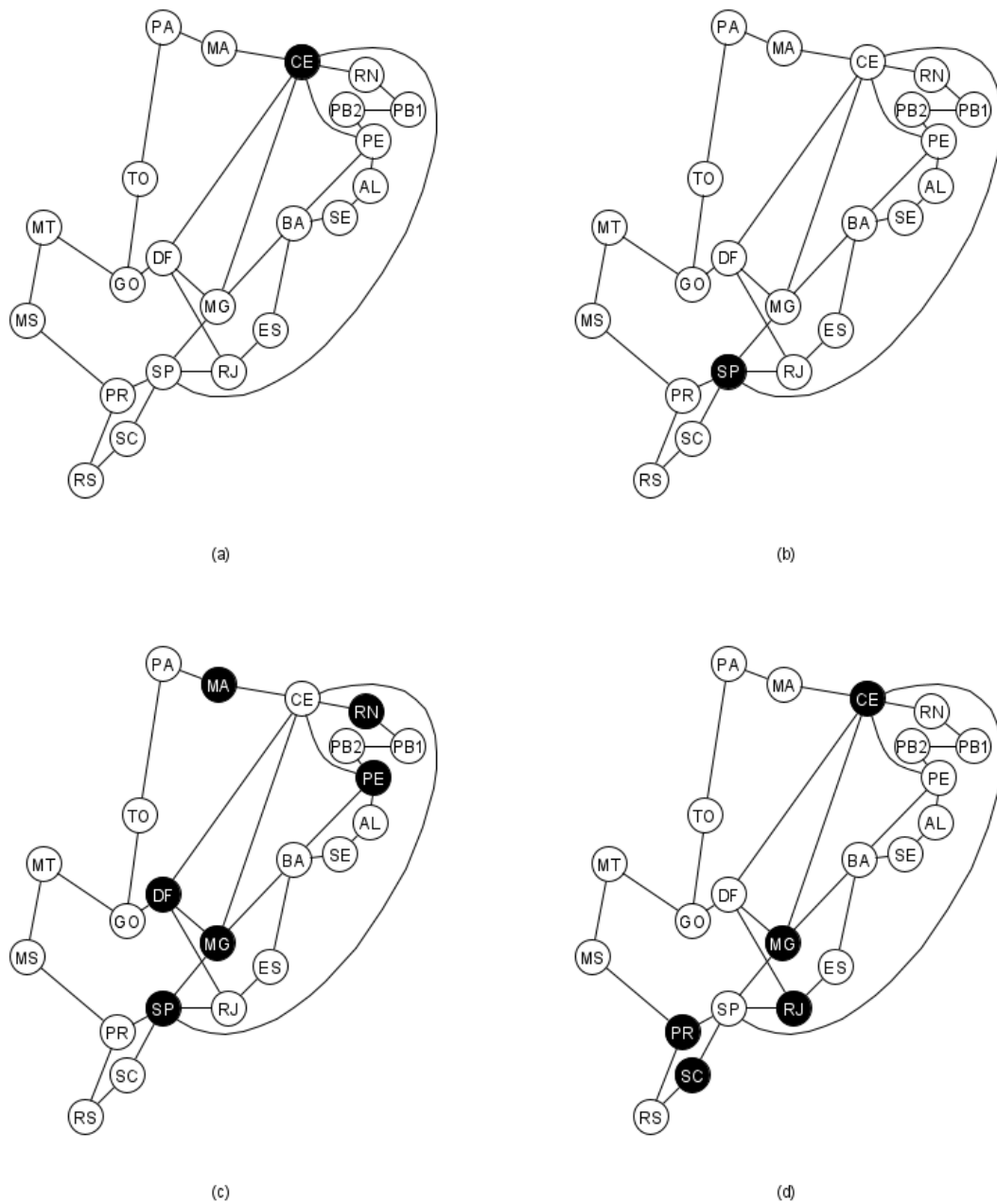
Ao longo da construção das vizinhanças o algoritmo confere se uma determinada aresta da vizinhança já existe no grafo em questão (como por exemplo a aresta CE-SP na vizinhança $V_{0,0}$), ou se a aresta já foi testada em uma vizinhança anterior (como por exemplo a aresta MG-CE da vizinhança $V_{1,1}$ que já foi testada na $V_{0,1}$, por meio da aresta CE-MG), ou ainda se os vértices que constituem uma aresta são iguais (como por exemplo a aresta CE-CE na vizinhança $V_{0,1}$). Em todos esses possíveis casos, o algoritmo descarta a aresta. Para o caso da vizinhança $V_{0,1}$, por exemplo, não serão testadas as arestas CE-CE e CE-MG, assim, pode ser visualizado na Figura 15 as adições de aresta que serão testadas.

Em seguida, o algoritmo seleciona como solução inicial o máximo NWI ou o SNWI se o objetivo for minimizar o máximo NWI ou o SNWI, respectivamente, escolhendo assim qual métrica vai ditar a função objetivo, para então dar início aos testes de adição de aresta.

Em cada teste de adição de aresta do conjunto de vizinhos, uma nova solução é encontrada. Se a menor solução dentro de uma vizinhança for menor que a melhor solução, v_1 e v_2 são atualizados pelos vértices cuja adição da aresta correspondente proporcionou a solução melhorada e o algoritmo é reiniciado. Caso o algoritmo não encontre uma solução melhorada dentro de uma vizinhança, ele passa para a vizinhança seguinte (incrementando o índice da estrutura de vizinhanças) e continua a busca. O algoritmo para quando todas as vizinhanças forem percorridas e nenhuma solução melhor for encontrada. O fluxograma do algoritmo descrito pode ser visualizado na Figura 16.

Com as rotinas computacionais já desenvolvidas e aplicadas, foi quantificado o número de testes de adição de arestas que o algoritmo realizou, a fim de estabelecer um comparativo entre o algoritmo VNS e o exaustivo, identificando a otimização obtida.

Figura 14 – Vértices vizinhos de CE e SP: (a) vértice vizinho de distância 0 de CE; (b) vértice vizinhos de distância 0 de SP; (c) vértices vizinhos de distância 1 de CE; (d) vértices vizinhos de distância 1 de SP.

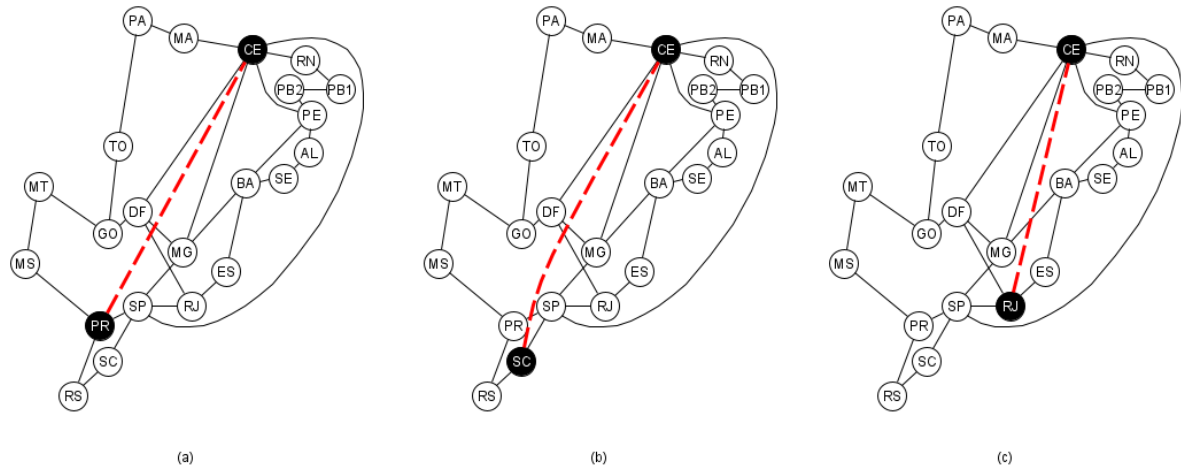


Fonte: Produção da própria autora.

3.3.1 Meta-heurística VNS com vértices iniciais fixos

Para o ponto de partida do algoritmo VNS com nós iniciais fixos, o algoritmo, após calcular os NWIs de todos os vértices de um grafo G , seleciona os dois vértices com os maiores valores de impacto. Assim sendo, ele irá atribuir a v_1 e a v_2 o índice desses vértices.

Figura 15 – Testes de adição de aresta na rede RNP referente à vizinhança $V_{0,1}$: (a) teste de adição da aresta CE-PR; (b) teste de adição da aresta CE-SC; (c) teste de adição da aresta CE-RJ.

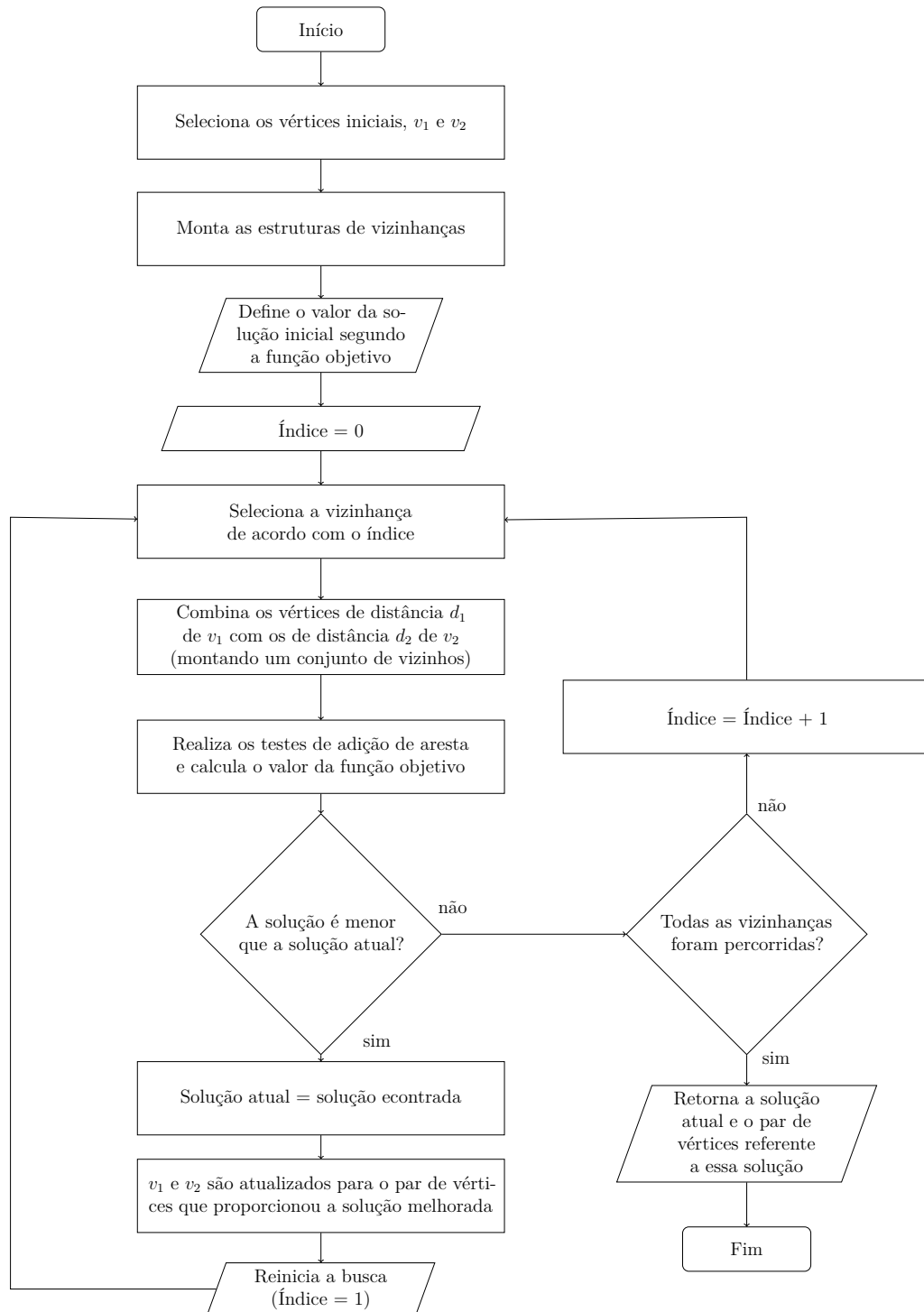


Fonte: Produção da própria autora.

3.3.2 Meta-heurística VNS com vértices iniciais mais distantes da solução ótima

Para o algoritmo VNS em que os nós iniciais são os mais distantes da solução ótima, o algoritmo seleciona a aresta (v_1, v_2) que proporcionou a solução mais otimizada no algoritmo exaustivo (previamente executado) e, assim, ele procura o(s) vértice(s) mais distantes de v_1 e o(s) vértice(s) mais distantes de v_2 . Ao encontrar esses vértices, eles são combinados entre si, formando o par de vértices que dará início ao algoritmo.

Figura 16 – Fluxograma do algoritmo VNS



Fonte: Produção da própria autora.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com a implementação do algoritmo exaustivo e do algoritmo utilizando a meta-huerística VNS. Em ambos os casos, foram apresentados os resultados em relação à minimização do máximo NWI e do SNWI e em relação à quantidade de testes realizados para achar a melhor solução. Os resultados apresentados referem-se aos algoritmos que utilizaram tanto a modelagem de grafos sem pesos nas suas arestas, como com pesos. Em específico para o algoritmo VNS, foram apresentados também os resultados utilizando os vértices iniciais fixos e os vértices mais distantes. A fim de ilustrar os resultados obtidos, foi usado como exemplo a rede RNP, contudo, os resultados gerais para as demais redes testadas podem ser visualizados nos Anexos.

4.1 Abordagem Exaustiva

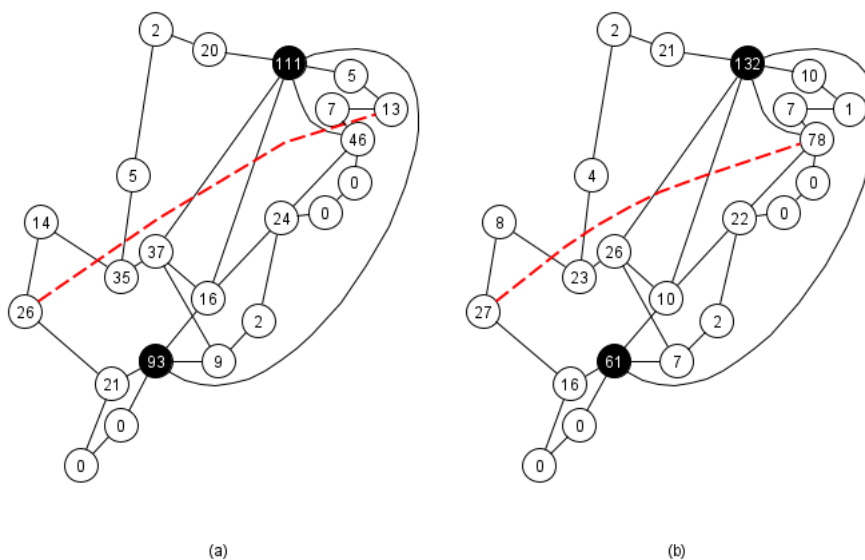
No algoritmo exaustivo foram testadas as redes biconexas presentes no banco de redes de Routray et al. (2015) e os resultados são apresentados a seguir. Para o algoritmo que não considerava os pesos das arestas, foram realizados testes com 27 redes. Contudo, por falta de informações necessárias, não foi possível realizar os testes para 6 dessas redes no algoritmo que considera os pesos das arestas dos grafos.

4.1.1 Abordagem exaustiva sem pesos

Para o método exaustivo utilizando o peso unitário nas arestas, tem-se que, para todas as redes testadas foi possível obter uma redução de até 74% no valor de máximo de NWI e de 57% no valor do SNWI.

Para o grafo da rede RNP da Figura 12, foi possível reduzir o máximo NWI de 181 para 111 unidades de distância (redução de aproximadamente 39%) e o SNWI de 630 para 457 unidades de distância (redução de aproximadamente 27%), como é possível visualizar na Figura 17.

Figura 17 – Impactos Nodais de Wiener para os vértices do grafo da rede RNP, sem pesos, após a adição de aresta: (a) adição de aresta (MS-PB1) que minimizou o máximo NWI; (b) adição de aresta (MS-PE) que minimizou o SNWI.



Fonte: Produção da própria autora.

4.1.2 Abordagem exaustiva com pesos

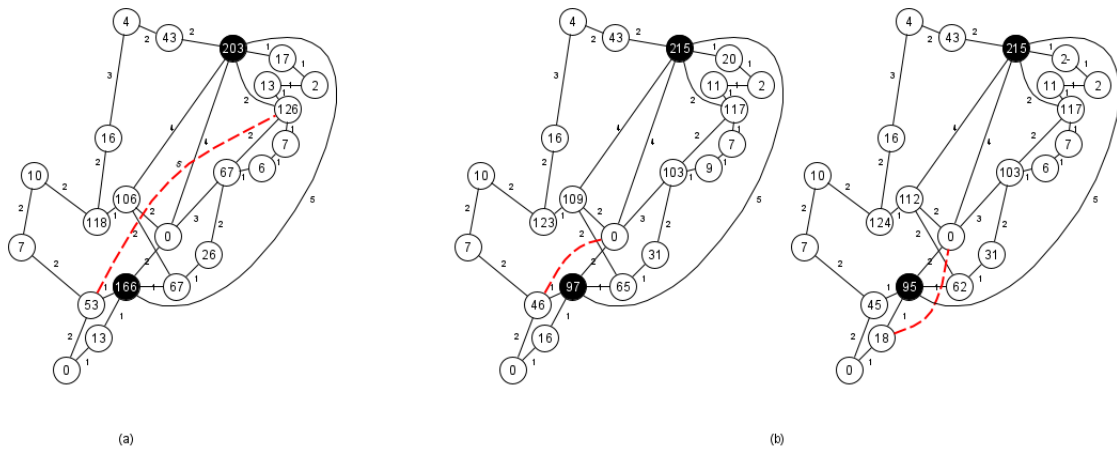
Para o algoritmo exaustivo, considerando os pesos das arestas, o número de testes realizados se manteve igual aos apresentados na seção anterior, visto que o número de testes considera apenas a ordem e o tamanho do grafo, sem a interferência dos pesos das arestas neste cálculo.

Para o grafo da rede RNP da Figura 12, foi possível reduzir o máximo NWI de 331 para 203 unidades de distância (redução de aproximadamente 39%) e o SNWI de 1314 para 1051 unidades de distância (redução de aproximadamente 20%), como é possível visualizar na Figura 18. Para a redução do SNWI, o algoritmo conseguiu encontrar duas adições de arestas distintas que proporcionaram a maior redução possível dessa métrica, adicionando apenas uma aresta.

4.1.3 Análise

De modo geral, na abordagem exaustiva foi possível obter resultados bastantes satisfatórios no quesito resiliência adicionando apenas uma aresta ao grafo. O algoritmo apresentou-se

Figura 18 – Impactos Nodais de Wiener para os vértices do grafo da rede RNP, com pesos, após a adição de aresta: (a) adição de aresta (PR-PE) que minimizou o máximo NWI; (b) adição das arestas (PR-MG) e (SC-MG) que minimizaram o SNWI



Fonte: Produção da própria autora.

de forma bastante eficiente para pequenas e médias redes, contudo muito custoso para redes grandes, visto que foram realizados muitos testes para encontrar a adição de aresta que proporcionasse a maior otimização de acordo com a função objetivo.

4.2 Meta-heurística VNS

O algoritmo foi testado em todas as redes de conectividade de vértices maior ou igual 2 da referência Routray et al. (2015). Foram realizados testes com as 27 redes da referência para o algoritmo que não considera os pesos das arestas. Contudo, por falta de informações necessárias, não foi possível realizar os testes para 6 dessas redes, no algoritmo que considera os pesos das arestas.

4.2.1 Meta-heurística VNS com vértices iniciais fixos

Primeiramente, foram realizados os testes com o algoritmo VNS que utiliza os vértices iniciais fixos, sendo eles os vértices que possuem os maiores valores de NWI dentre o conjunto de vértices do grafo. Para o caso do grafo da RNP, os vértices com maior valor de NWI foram destacados na cor preta nas Figuras 12 e 13.

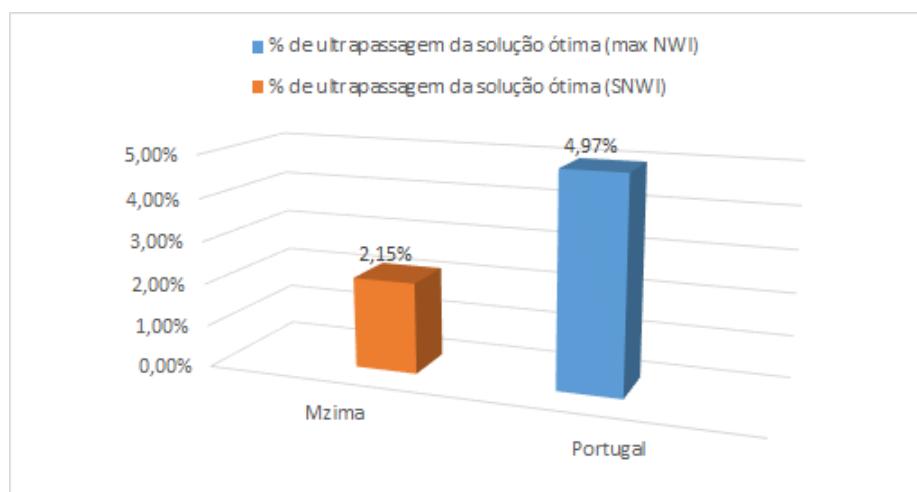
4.2.1.1 Meta-heurística VNS com vértices iniciais fixos e sem pesos

Em todas as redes testadas foi possível chegar na melhor solução global, ou seja, a mesma encontrada pelo algoritmo exaustivo. Para o caso da rede RNP, foi possível obter o resultado equivalente ao da Figura 17, realizando apenas 14 testes de adição de aresta para a minimização do máximo NWI e 20 para a minimização do SNWI.

4.2.1.2 Meta-heurística VNS com vértices iniciais fixos e com pesos

No algoritmo VNS com vértices iniciais fixos e com pesos, a maioria das redes testadas chegou na solução ótima global, tanto para minimização do máximo NWI como para o SNWI. Contudo, em apenas 2 redes, uma para a minimização do máximo NWI e uma para a minimização do SNWI, o algoritmo não conseguiu encontrar a adição de aresta que proporciona a máxima redução das métricas citadas. Entretanto, os resultados obtidos em ambos os casos não chegaram a ser 5% superiores ao valor da solução ótima (Figura 19), garantindo, ainda assim, um bom resultado.

Figura 19 – Gráfico da porcentagem de ultrapassagem da solução ótima para o algoritmo utilizando os vértices iniciais fixos



Fonte: Produção da própria autora.

Para a rede RNP, o algoritmo conseguiu encontrar a adição da aresta (Figura 18(a)) que proporciona a solução ótima, tanto para minimização do máximo NWI (realizando apenas 24 testes de adição de arestas) como a adição da aresta (PR-MG) para a minimização do SNWI (realizando apenas 96 testes de adição de arestas), conforme o primeiro grafo da Figura 18(b). O resultado obtido foi o mesmo que o da abordagem exaustiva.

4.2.2 Meta-heurística VNS com vértices iniciais mais distantes

Para o algoritmo VNS que utiliza os vértices iniciais mais distantes da solução encontrada no algoritmo exaustivo, em muitos casos, por haver mais de um par distante da solução, os resultados apresentados representam uma média dos valores obtidos em cada par distante.

4.2.2.1 Meta-heurística VNS com vértices iniciais mais distantes e sem pesos

No algoritmo VNS fixando os vértices iniciais como sendo os vértices mais distantes da solução, em todas as redes testadas foi possível chegar na melhor solução global, ou seja, a mesma encontrada no algoritmo exaustivo.

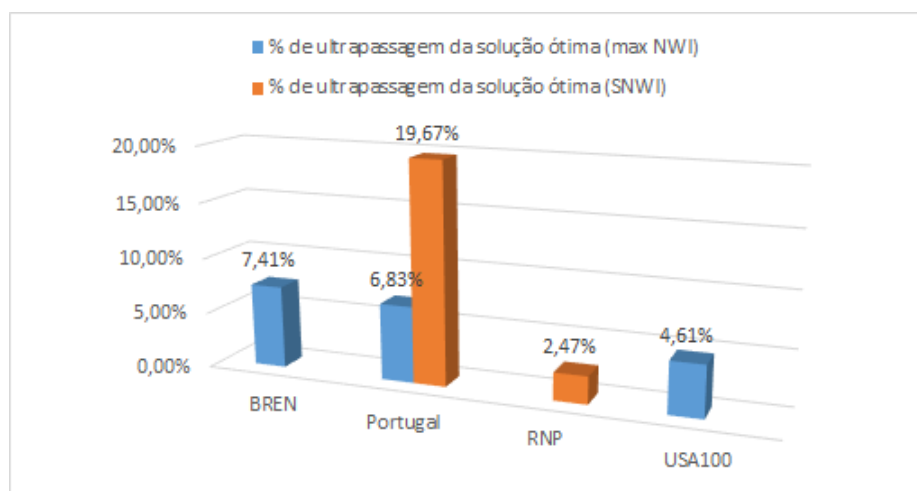
Para o caso da rede RNP, tem-se que a solução de minimização do máximo NWI encontrada exaustivamente foi a aresta MS-PB1. Os vértices mais distantes de MS são [PB1,PB2,AL,BA] e os vértices mais distantes de PB1 são [RS,MS,MT,TO]. Os vértices mais distantes de MS foram combinados com os vértices mais distantes de PB1 formando pares de vértices e, portanto, arestas para a realização dos testes. Já para a minimização do SNWI, a solução ótima é dada pela adição da aresta MS-PE, no qual os vértices mais distantes de PE são [RS,MS,MT,TO]. De forma análoga, os vértices mais distantes de MS foram combinados com os vértices mais distantes de PE formando pares de vértices.

Desta forma, tomando cada combinação como os vértices iniciais para o algoritmo, foi possível obter o resultado equivalente ao da Figura 17, realizando uma média de 13 testes de adição de aresta para a minimização do NWI e 16 para a minimização do SNWI.

4.2.2.2 Meta-heurística VNS com vértices iniciais mais distantes e com pesos

Da mesma forma como na seção anterior, no algoritmo VNS com vértices iniciais mais distantes e com pesos, nem todas as redes testadas chegaram na solução ótima global, tanto para minimização do máximo NWI como para o SNWI. Dentre elas, em apenas 2 redes, para o algoritmo de redução do máximo NWI, e em 3 redes, para a redução do SNWI, o algoritmo não conseguiu encontrar a adição de aresta que proporciona a maior redução das métricas citadas. Em quatro dos cinco casos citados, a solução obtida não ultrapassou a porcentagem de 8% da solução ótima (Figura 20). Contudo, em um caso, a solução encontrada chegou a ser quase 20% superior à solução ótima.

Figura 20 – Gráfico da porcentagem de ultrapassagem da solução ótima para o algoritmo utilizando os vértices iniciais mais distantes da solução ótima



Fonte: Produção da própria autora.

Para o caso da rede RNP, tem-se que a solução de minimização do máximo NWI encontrada exaustivamente foi a aresta PR-PE. O vértice mais distantes de PR é [PA] e os vértices mais distantes de PE são [MS,MT,TO]. O vértice mais distante de PR foi combinado com os vértices mais distantes de PE formando pares de vértices e, portanto, arestas para a realização dos testes. Já para a minimização do SNWI, a solução ótima é dada pela adição das arestas PR-MG e SC-MG, no qual os vértices mais distantes de MG são [MA,PB1,PB2] e o vértice mais distante de SC é [PA]. De forma análoga, os vértices mais distantes de MG foram combinados com os vértices mais distantes de PR e com o de SC, formando pares de vértices.

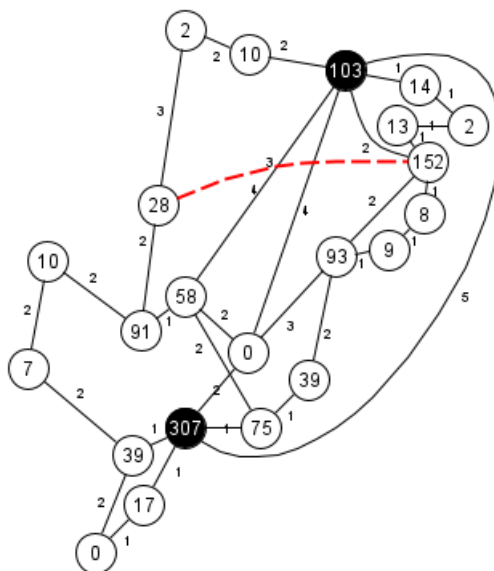
O resultado obtido para a minimização do máximo NWI é igual ao obtido na Figura 18(a), já para a minimização do SNWI, o resultado pode ser visualizado na Figura 21.

4.2.3 Análises

A partir do algoritmo desenvolvido foi possível obter resultados bastante satisfatórios. Apesar da meta-heurística não garantir que o resultado encontrado seja o melhor global, foi possível chegar no melhor resultado em todas as redes testadas cujos grafos não possuíam pesos em suas arestas. Já para os testes utilizando pesos nas arestas, a grande maioria conseguiu chegar no melhor global.

A estratégia de fixar os vértices iniciais como os vértices de maior NWI do grafo se mostrou

Figura 21 – Impactos Nodais de Wiener para os vértices do grafo da rede RNP, com pesos, após a adição da aresta (TO-PE) que reduziu o SNWI no algoritmo VNS com nós mais distantes



Fonte: Produção da própria autora.

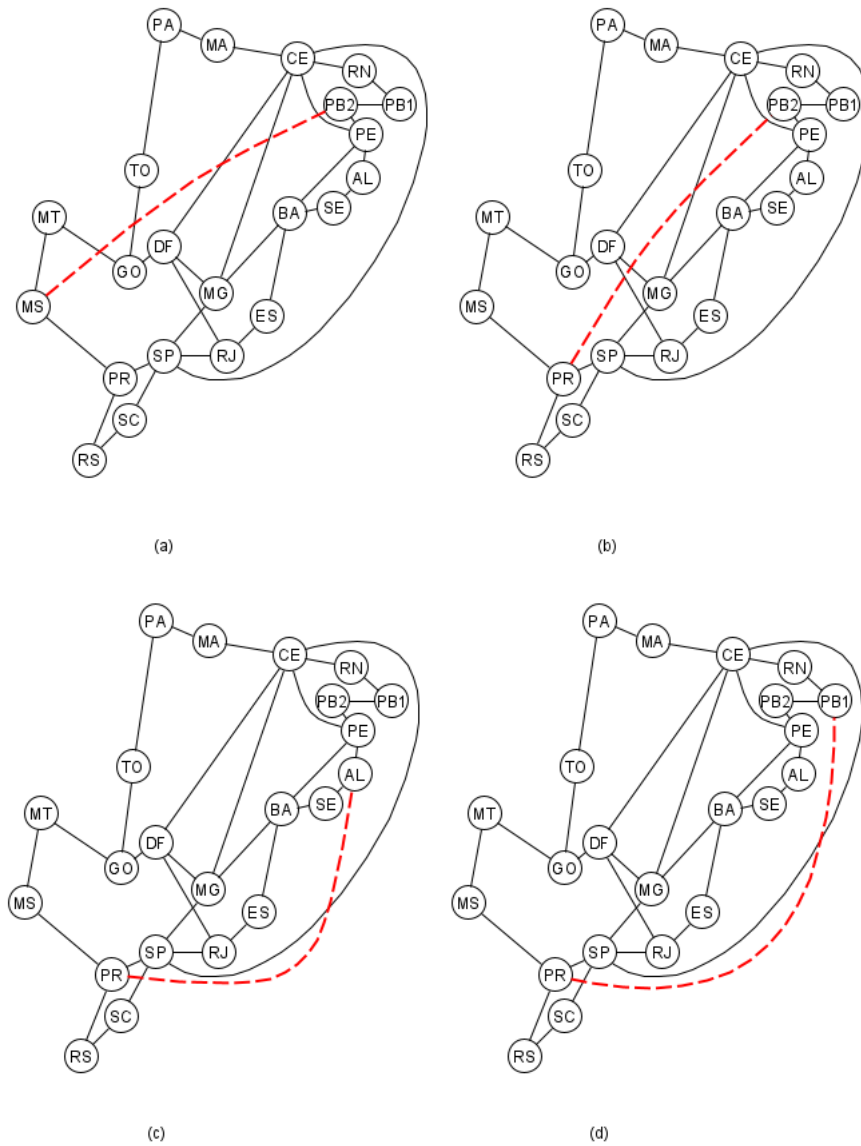
bastante eficaz, visto que o algoritmo, ao procurar as vizinhanças, trabalha com os vértices próximos aos vértices com impacto mais crítico. Desta forma, ele testa a adição de arestas próximas a tais vértices, proporcionando o encurtamento de caminhos ao redor do ponto crítico do grafo, o que pode propiciar a redução dos NWIs.

Já para o algoritmo que utiliza os vértices iniciais mais distantes, os resultados também foram satisfatórios. Na maioria dos casos testados foi possível encontrar a solução ótima encontrada exaustivamente.

Em Neris (2021) é proposta a adição de novos enlaces para a análise da curva de bloqueio da rede e verificar se ela proporcionou uma melhora no desempenho da rede com o acréscimo do novo enlace. Para a rede RNP, foi obtido o resultado da Figura 22.

Analisando os vértices das arestas adicionadas à topologia da rede RNP no trabalho citado, que foram consideradas as melhores topologias, percebe-se que o vértice MS é comum tanto na solução da Figura 22(a) e nas soluções da Figura 17, bem como o vértice PB1 é comum na solução da Figura 22(d) e na solução da Figura 17(a). Além disso, os vértices MS, PB1, PB2 e AL são quatro dos oitos vértices mais distantes da solução encontrada exaustivamente, confirmando que os vértices iniciais mais distantes da solução é um bom ponto de partida para o VNS.

Figura 22 – Melhores topologias da rede RNP no quesito desempenho: (a) topologia RNP + MS-PB2; (b) topologia RNP + PR-PB2; (c) topologia RNP + PR-AL; (d) topologia RNP + PR-PB1.



Fonte: Neris (2021).

Nas Tabelas 3 e 4, nos anexos, é possível observar os resultados quanto ao número de testes realizados e nas Tabelas 5 e 6 é possível visualizar a porcentagem de redução do máximo NWI para o algoritmo de minimização desta métrica e do SNWI para o algoritmo de redução do SNWI, utilizando arestas com e sem pesos.

4.3 Discussões

Apesar de o algoritmo exaustivo conseguir encontrar a melhor solução global, visto que ele realiza todos os testes possíveis para encontrar a melhor solução, ele mostrou-se pouco eficiente para grafos com alto valor de ordem (n). Isso é facilmente constatado pela Equação 3.5: quanto maior a ordem de um grafo, maior a quantidade de testes que o algoritmo exaustivo precisará realizar, tornando o custo do processamento computacional demasiadamente grande.

Diante dos resultados apresentados é possível afirmar que a implementação do algoritmo VNS para a realização dos testes de adição de aresta foi bastante eficaz. Isso justifica-se pelo fato de na grande maioria das redes ter sido possível alcançar a solução ótima, mesmo que a meta-heurística não garanta tal resultado. Além disso, tais resultados foram alcançados realizando uma quantidade de testes reduzida quando comparada com a quantidade de testes realizada pelo algoritmo exaustivo.

Para a rede RNP, por exemplo, só não foi possível alcançar a solução ótima no caso do algoritmo de minimização do SNWI utilizando os nós iniciais mais distantes da solução ótima. Porém, a solução encontrada foi apenas 2,47% superior a solução ótima. Por outro lado, a quantidade de testes realizados teve uma diminuição considerável em relação à quantidade de testes realizada pelo algoritmo exaustivo, chegando a ter uma redução de até 94%. Os resultados para a rede RNP podem ser visualizados nas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1 – Resultados dos algoritmos para a rede RNP sem pesos

Grafo	Algoritmo	$\max(\tau)$	Ψ	# testes
RNP	-	181	630	-
RNP + (MS-PB1)	Exaustivo minimização do $\max(\tau)$	111(↓ 39%)	486	200
RNP + (MS-PE)	Exaustivo minimização do Ψ	132	457(↓ 27%)	200
RNP + (MS-PB1)	VNS nós fixos minimização do $\max(\tau)$	111(↓ 39%)	486	14(↓ 93%)
RNP + (MS-PE)	VNS nós fixos minimização do Ψ	132	457(↓ 27%)	20(↓ 90%)
RNP + (MS-PB1)	VNS nós distantes minimização do $\max(\tau)$	111(↓ 39%)	486	13(↓ 94%)
RNP + (MS-PE)	VNS nós distantes minimização do Ψ	132	457(↓ 27%)	16(↓ 92%)

Fonte: Produção da própria autora.

Outro ponto a se destacar é o fato de que, intuitivamente, pode-se levar a concluir que qualquer adição de aresta resultará na minimização dos parâmetros escolhidos. Toda adição de aresta proporciona o encurtamento de caminhos, que leva a redução do índice de Wiener, porém, a sua redução apenas não garante a redução do NWI. Isso porque, como pode ser observado na Equação 2.12, não basta apenas reduzir o índice de Wiener,

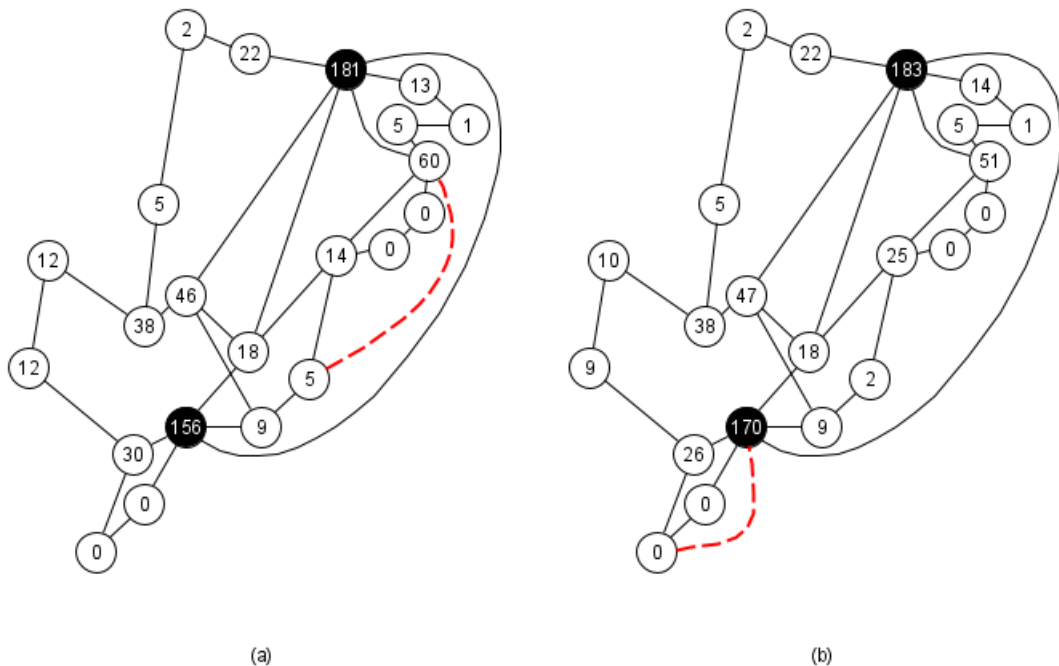
Tabela 2 – Resultados dos algoritmos para a rede RNP com pesos

Grafo	Algoritmo	$\max(\tau)$	Ψ	# testes
RNP	-	331	1314	-
RNP + (PR-PE)	Exaustivo minimização do $\max(\tau)$	203(↓ 39%)	1070	200
RNP + (PR-MG)	Exaustivo minimização do Ψ	215	1051(↓ 20%)	200
RNP + (SC-MG)	Exaustivo minimização do Ψ	215	1051(↓ 20%)	200
RNP + (PR-PE)	VNS nós fixos minimização do $\max(\tau)$	203(↓ 39%)	1070	24(↓ 88%)
RNP + (PR-MG)	VNS nós fixos minimização do Ψ	215	1051(↓ 20%)	96(↓ 52%)
RNP + (PR-PE)	VNS nós distantes minimização do $\max(\tau)$	203(↓ 39%)	1070	22(↓ 89%)
RNP + (TO-PE)	VNS nós distantes minimização do Ψ	307	1077(↓ 18%)	58(↓ 71%)

Fonte: Produção da própria autora.

mas também a transmissão do vértice em questão. Assim, existem arestas que ao serem adicionadas não interferem nos NWIs dos vértices do grafo, mas também existem arestas que causam o aumento desta invariante. Na Figura 23 existem dois exemplos de adição de aresta à rede RNP que não causaram melhora na resiliência da rede.

Figura 23 – Impactos Nodais de Wiener para os vértices do grafo da rede RNP após a adição de arestas que não proporcionam melhora na sua resiliência



Fonte: Produção da própria autora.

O primeiro caso, Figura 23(a), a adição da aresta (em vermelho pontilhado) não reduziu o máximo NWI e o SNWI reduziu de 630 para 629 unidades de distância, redução de apenas 0,16%, sendo essa adição totalmente inviável quando analisamos o custo a mais que essa adição traria para a rede. Já o segundo caso, Figura 23(b), a adição da aresta provocou o

aumento do máximo NWI de 181 para 183 unidades de distância e do SNWI de 630 para 637. Ou seja, a adição da aresta, neste caso, causou uma piora no quesito resiliência da rede.

Fazendo uma análise quanto à topologia, segundo Paiva (2012), a topologia de um grafo completo apresenta a melhor configuração em termos de resiliência, haja vista que, nessa topologia, o NWI de todos os vértices é igual a zero. Porém, essa mesma topologia, apresenta um alto custo, porque todos os vértices estão conectados entre si. Portanto, faz-se necessário uma análise de quantos enlaces adicionais proporcionam uma boa resiliência para a rede de forma que não resulte em um custo muito maior para a rede. Em contrapartida, a mesma referência citada apresenta a topologia de grafos gêmeos como uma que também apresenta a melhor configuração em termos de resiliência, na qual todos os vértices têm NWI nulo. Além disso, possui um custo mais reduzido em relação ao grafo completo, visto que não precisa que todos os vértices estejam interligados para ter um impacto nulo.

Tomando como exemplo um grafo com 22 vértices, um grafo completo com essa quantidade de vértices tem 231 arestas e um grafo gêmeo tem 40 arestas, enquanto o grafo da rede RNP, que tem essa mesma quantidade de vértices, tem 31 arestas e a sua versão otimizada neste trabalho, tem 32 arestas, conforme pode ser visualizado no Quadro 2.

Quadro 2 – Comparação das invariantes ordem e tamanho para diferentes topologias de grafo

Grafo	Ordem	Tamanho
RNP	22	32
Completo	22	231
Gêmeo	22	40

Fonte: Paiva (2012).

Desta forma, é possível notar que o grafo gêmeo apresenta uma boa relação custo-resiliência. Portanto, vale questionar se adicionar novos enlaces à rede é a melhor alternativa para o problema de resiliência ou se realocar os enlaces já existentes, de forma a alcançar a configuração de grafos gêmeos, proporcionariam o melhor custo-benefício ou, ainda, aplicar ambas ações simultaneamente.

5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Com o passar dos anos e com as novas demandas de transmissão de informação cada vez maiores, a adição de novos enlaces a uma rede óptica para suprir estas necessidades é uma realidade. Contudo, é preciso que se tenha um estudo por trás dessa adição de forma que ela proporcione benefícios para a rede.

O desenvolvimento do algoritmo que utiliza a abordagem exaustiva permitiu refletir que com ele é possível encontrar a melhor solução global, porém com um alto custo computacional agregado dependendo da ordem do grafo. Em redes pequenas foi possível obter resultados de forma ágil e com poucos testes realizados, mas para redes grandes, o custo computacional foi demasiadamente grande. A utilização do algoritmo que utiliza a meta-heurística VNS aliada a uma boa escolha dos vértices iniciais, proporcionou bons resultados com um custo computacional reduzido e, em diversos casos, encontrando a mesma solução encontrada no algoritmo exaustivo.

Dos resultados apresentados foi possível visualizar adições de aresta que proporcionam grandes melhorias na rede no quesito resiliência, tornando a rede fortemente capaz de se recuperar após a ocorrência de falhas. Contudo, foi possível ver que existem arestas que podem causar até uma piora na sua resiliência, como nos casos apresentados na Figura 23. Portanto, faz-se necessário que a adição de aresta siga uma lógica, de forma que a topologia da rede óptica seja otimizada.

A partir disso, ao analisar os resultados obtidos, é possível afirmar que, de modo geral, eles foram muito satisfatórios. Na grande maioria das redes testadas, o algoritmo VNS conseguiu encontrar a solução ótima encontrada na abordagem exaustiva, mesmo que meta-heurísticas não garantam chegar no valor de melhor global. Além disso, foi possível encontrar tais resultados com um custo computacional demasiadamente reduzido quando comparado ao custo computacional do algoritmo exaustivo.

O trabalho desenvolvido permite a utilização de duas métricas de grafos para quantificar a resiliência de uma rede, permitindo, portanto, que o projetista da rede tenha o poder de escolha sobre o que é mais importante ao se adicionar novos enlaces: minimizar o impacto crítico da rede em um ponto específico ou minimizar os impactos da rede de forma global. O primeiro caso permite minimizar o NWI de vértices importantes para a rede, como é o caso do vértice CE da rede RNP. Trata-se de um vértice com alto valor de NWI e que possui conexões internacionais. Uma falha que venha a ocorrer nesse vértice pode levar a

grandes prejuízos. Todavia, o segundo caso permite minimizar o SNWI, ou seja, minimiza os impactos dos vértices de forma global. É aconselhável utilizar esse caso em situações em que não há a necessidade de minimizar o NWI de vértices muito importantes para a rede.

Diante do exposto, alguns questionamentos surgem quanto à topologia física de uma rede. O primeiro deles é quanto a adição de novos enlaces. Até quantos enlaces adicionados é possível obter uma boa relação custo-resiliência? Segundo, é mais viável adicionar novos enlaces ou editar os já existentes, considerando que remanejar enlaces também tem um custo agregado? Por fim, para topologias de redes ainda não existentes, existe uma família de grafos cuja topologia possui uma boa relação custo-resiliência?

Inclusive, é interessante observar que, até o momento, sabemos que a rede suporta um enlace que tenha o tamanho do maior enlace da mesma. Contudo, será que ela tem suporte para um enlace maior? Caso essa informação não seja fácil de ser obtida, é viável que o algoritmo seja implementado de forma a restringir adições de arestas maiores do que sabemos que a rede suporta, de forma a garantir uma boa comunicação da mesma.

Como projetos futuros é interessante que a partir da adição de arestas, já proposta neste trabalho, o algoritmo de adição seja implementado de forma a realizar a adição simultânea de um número limitado de arestas desejado. Dessa forma, adicionando um número de arestas maior do que um, como foi aqui realizado, é possível analisar se os resultados serão melhores do que os apresentados até então.

Além disso é importante destacar e analisar se a adição de arestas é o melhor caminho para o aumento da resiliência de uma rede óptica, ou se a edição e o remanejamento das arestas já existentes é uma estratégia melhor. Ou, ainda, se as duas ações em conjunto resultarão em uma topologia física mais otimizada.

Aliado às ideias até aqui discutidas, faz-se necessário buscar uma família de topologia de grafo bem otimizada em relação a resiliência para o projeto de uma topologia física, como, por exemplo, a família de grafos gêmeos como citado anteriormente. Seguindo as ideias anteriormente descritas, pode-se indicar também como trabalho futuro a elaboração de um algoritmo de edição de um grafo qualquer objetivando sua geminização.

REFERÊNCIAS

- BARRETO, M. B. Estratégias para Planejamento e Recomposição em Redes de Telecomunicações. 123 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo, 2011. Citado na página 16.
- BENJAMIN A.; CHARTRAND, G. Z. P. The fascinating world of graph theory. New Jersey: Princeton University Press, 2015. Citado na página 22.
- CHARTRAND, G. Introductory graph theory. [S.l.]: Courier Corporation, 1977. Citado na página 22.
- FRASCOLLA, V. et al. Optimizing C-RAN Backhaul Topologies: A Resilience-Oriented Approach Using Graph Invariants. Applied Sciences, v. 9, n. 1, 2019. ISSN 2076-3417. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2076-3417/9/1/136>>. Citado 5 vezes nas páginas 16, 18, 29, 32 e 35.
- HAGBERG, A.; SWART, P.; SCHULT, D. Exploring network structure, dynamics, and function using networkX. 1 2008. Citado na página 36.
- LUSS, H.; WONG, R. Survivable telecommunications network design under different types of failures. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans, v. 34, n. 4, p. 521–530, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 16.
- MCTI. Resolução N^o 693, de 17 de Julho de 2018 do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações/ Agência Nacional de Telecomunicações/ Conselho Diretor/ Secretaria do Conselho Diretor. Brasília, DF, 2018. Disponível em: <https://www.in.gov.br/materia/-/asset_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/31890447/doi-2018-07-18-resolucao-n-693-de-17-de-julho-de-2018-31890434>. Citado na página 20.
- MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. Variable Neighborhood Search. Comput. Oper. Res., Elsevier Science Ltd., GBR, v. 24, n. 11, p. 1097–1100, nov. 1997. ISSN 0305-0548. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(97\)00031-2](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(97)00031-2)>. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 36.
- NERIS, Y. G. Avaliação de redes ópticas do mundo real através da análise de curvas de bloqueio. 82 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.
- PAIVA, M. Aplicações de teoria (espectral) de grafos no projeto e análise de topologias físicas para redes Ópticas. PhD Thesis, Universidade Federal do Espírito Santo, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 20, 22, 32 e 55.
- RNP. Relatório Técnico: Eventos de vulto na rede Ipê ocorridos no ano de 2020. [S.l.], 2020. 9 p. Disponível em: <<https://www.rnp.br/documentos/rede-ipe/relatorios-de-eventos-de-vulto>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 16.
- RNP. Evolução da rede Ipê. 2022. Disponível em: <<https://www.rnp.br/sobre/nossa-historia/evolucao-da-rede-ipe>>. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 21.

RNP. Rede Ipê. 2022. Disponível em: <<https://www.rnp.br/sistema-rnp/rede-ipe>>. Citado na página 20.

RNP. Rede Nacional de Ensino e Pesquisa. 2022. Disponível em: <<https://www.instagram.com/redernp/>>. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

ROUTRAY, S. et al. Statistical Analysis and Modeling of Shortest Path Lengths in Optical Transport Networks. Journal of Lightwave Technology, v. 33, n. 13, p. 1–11, July 2015. ISSN 0733-8724. Citado 3 vezes nas páginas 36, 45 e 47.

STERBENZ, J. P. et al. Resilience and survivability in communication networks: Strategies, principles, and survey of disciplines. Computer Networks, v. 54, n. 8, p. 1245–1265, 2010. ISSN 1389-1286. Resilient and Survivable networks. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1389128610000824>>. Citado na página 15.

van Rossum, G. Python tutorial. [S.l.], 1995. iii + 65 p. Disponível em: <<http://www.python.org/doc/tut/tut.html>>. Citado na página 36.

Anexos

.1 Quantidade de testes realizados nos métodos exaustivo e VNS sem peso nas arestas

Tabela 3 – Número de operações realizadas no algoritmo exaustivo e no algoritmo utilizando a meta-heurística VNS (tanto para os vértices iniciais fixados como para os vértices mais distantes da solução encontrada exaustivamente)

Redes	# de operações feitas no algoritmo exaustivo	# de operações feitas para minimização do máximo NWI		# de operações feita para minimização do SNWI	
	-	v_1 e v_2 fixos	v_1 e v_2 mais distantes ¹	v_1 e v_2 fixos	v_1 e v_2 mais distantes
BREN	34	13	5	8	5
RNP	200	14	13	20	16
Abilene Core	32	18	- ²	9	12
Learn	34	20	5	8	5
CompuServ	41	13	5	8	3
vBNS	49	21	7	9	7
Cesnet	47	8	10	8	7
Nsfnet	70	23	14	14	13
Italy	62	5	10	5	11
Mzima	86	26	7	49	3
Garr-b	93	29	11	17	14
Germany	110	26	13	7	40
Redirisnet-Spain	108	13	15	13	15
Lambda Rail	148	12	14	6	32
EON	134	24	12	10	52
Arpanet	158	18	39	37	20
OPTOSunet	166	96	5	95	11
Hibernia	83	68	5	8	5
Pionier	185	23	10	20	6
Sanet	272	47	36	30	7
Newnet	294	114	70	22	11
Portugal	289	18	94	19	79
IBN	418	9	13	213	213
Bulgaria	229	23	9	20	11
Cost-37	609	24	110	24	43
Internet	1479	641	182	91	195
USA 100	4779	989	756	1150	522

Fonte: Produção da própria autora.

¹ Como, para grande parte das redes, existe um conjunto de mais de um par de vértices mais distantes da solução encontrada exaustivamente, o número de operações, deste caso, foi contabilizado como sendo a média aproximada das operações de todos os pares de vértices mais distantes.

² Para a rede Abilene Core, não foi possível obter um resultado para o número de operações realizadas para a minimização do máximo NWI utilizando como vértices iniciais os vértices mais distantes da solução. Isso ocorreu devido ao fato de que para uma solução ótima cuja aresta é (u, v) o algoritmo procura pelos vértices mais distantes de u e combina com os vértices mais distantes de v . Contudo, para a rede em questão, a solução (u, v) tinha como aresta mais distante a aresta (v, u) , que, neste caso, trata-se da mesma aresta e, por isso, não tivemos resultado, visto que a aresta mais distante era a própria solução a ser encontrada.

.2 Quantidade de testes realizados nos métodos exaustivo e VNS com peso nas arestas

Tabela 4 – Número de operações realizadas no algoritmo exaustivo e no algoritmo utilizando a meta-heurística VNS (tanto para os vértices iniciais fixados como para os vértices mais distantes da solução encontrada exaustivamente)

Redes	# de operações feitas no algoritmo exaustivo	# de operações feitas para minimização do máximo NWI		# de operações feita para minimização do SNWI	
	-	v_1 e v_2 fixos	v_1 e v_2 mais distantes ¹	v_1 e v_2 fixos	v_1 e v_2 mais distantes
BREN	34	10	8	5	8
RNP	200	24	22	96	58
Abilene Core	32	3	16	2	14
Learn	34	14	5	4	15
CompuServ	41	5	40	6	18
vBNS	49	41	10	10	20
Cesnet	47	13	12	8	6
Nsfnet	70	15	23	5	27
Italy	62	17	36	22	39
Mzima	86	33	17	15	7
Garr-b ²	-	-	-	-	-
Germany	110	12	20	16	21
Redirisnet-Spain	108	4	38	6	30
Lambda Rail	148	26	47	33	49
EON	134	39	62	22	89
Arpanet	158	72	23	40	13
OPTOSunet ²	-	-	-	-	-
Hibernia ²	-	-	-	-	-
Pionier	185	37	24	13	23
Sanet	272	16	48	63	153
Newnet	294	99	27	19	54
Portugal	289	190	9	11	11
IBN ²	-	-	-	-	-
Bulgaria ²	-	-	-	-	-
Cost-37 ²	-	-	-	-	-
Internet	1479	127	37	145	61
USA 100	4779	261	247	1026	128

Fonte: Produção da própria autora.

¹ Como, para grande parte das redes, existe um conjunto de mais de um par de vértices mais distantes da solução encontrada exaustivamente, o número de operações, deste caso, foi contabilizado como sendo a média aproximada das operações de todos os pares de vértices mais distantes.

² Rede sem dados visto que não foi possível obter as informações necessárias para executar o algoritmo

.3 Porcentagem de redução para os algoritmos de minimização do máximo NWI e do SNWI para as redes sem peso nas arestas

Tabela 5 – Porcentagem aproximada de redução para os algoritmos de minimização do máximo NWI e do SNWI para as redes sem pesos nas arestas)

Redes	% de redução do max. NWI nos algoritmos para sua minimização			% de redução do SNWI nos algoritmos para sua minimização		
	Exaus- tivo	VNS v_1 e v_2 fixos	VNS v_1 e v_2 mais distantes ¹	Exaus- tivo	VNS v_1 e v_2 fixos	VNS v_1 e v_2 mais distantes ¹
BREN	52	52	52	46	46	46
RNP	39	39	39	27	27	27
Abilene Core	67	67	67	47	47	47
Learn	52	52	52	46	46	46
CompuServ	47	47	47	33	33	33
vBNS	74	74	74	50	50	50
Cesnet	50	50	50	36	36	36
Nsfnet	44	44	44	31	31	31
Italy	65	65	65	52	52	52
Mzima	61	61	61	41	41	41
Garr-b	39	39	39	35	35	35
Germany	52	52	52	31	31	31
Redirisnet-Spain	73	73	73	57	57	57
Lambda Rail	44	44	44	16	16	16
EON	26	26	26	21	21	21
Arpanet	43	43	43	26	26	26
OPTOSunet	41	41	41	48	48	48
Hibernia	51	51	51	44	44	44
Pionier	69	69	69	40	40	40
Sanet	72	72	72	38	38	38
Newnet	67	67	67	39	39	39
Portugal	65	65	65	27	27	27
IBN	45	45	45	13	13	13
Bulgaria	65	65	65	42	42	42
Cost-37	69	69	69	29	29	29
Internet	56	56	56	37	37	37
USA 100	40	40	40	14	14	14

Fonte: Produção da própria autora.

¹ Como, para grande parte das redes, existe um conjunto de mais de um par de vértices mais distantes da solução encontrada exaustivamente, o número de operações, deste caso, foi contabilizado como sendo a média aproximada das operações de todos os pares de vértices mais distantes.

.4 Porcentagem de redução para os algoritmos de minimização do máximo NWI e do SNWI para as redes com peso nas arestas

Tabela 6 – Porcentagem aproximada de redução para os algoritmos de minimização do máximo NWI e do SNWI para as redes com pesos nas arestas)

Redes	% de redução do max. NWI nos algoritmos para sua minimização			% de redução do SNWI nos algoritmos para sua minimização		
	Exaus- tivo	VNS v_1 e v_2 fixos	VNS v_1 e v_2 mais distantes ¹	Exaus- tivo	VNS v_1 e v_2 fixos	VNS v_1 e v_2 mais distantes ¹
BREN	47	47	43	32	32	32
RNP	39	39	39	20	20	18
Abilene Core	54	54	54	52	52	52
Learn	57	57	57	43	43	43
CompuServ	39	39	39	28	28	28
vBNS	40	40	40	38	38	38
Cesnet	38	38	38	42	42	42
Nsfnet	54	54	54	24	24	24
Italy	46	46	46	26	26	26
Mzima	40	39	40	27	27	27
Garr-b ²	-	-	-	-	-	-
Germany	60	60	60	35	35	35
Redirisnet-Spain	50	50	50	35	35	35
Lambda Rail	49	49	49	32	32	32
EON	40	40	40	21	21	21
Arpanet	56	56	56	29	29	29
OPTOSunet ²	-	-	-	-	-	-
Hibernia ²	-	-	-	-	-	-
Pionier	56	56	56	47	47	47
Sanet	38	38	38	26	26	26
Newnet	45	45	45	31	31	31
Portugal	49	46	45	26	26	11
IBN ²	-	-	-	-	-	-
Bulgaria ²	-	-	-	-	-	-
Cost-37 ²	-	-	-	-	-	-
Internet	53	53	53	27	27	27
USA 100	22	22	22	11	11	7

Fonte: Produção da própria autora.

¹ Como, para grande parte das redes, existe um conjunto de mais de um par de vértices mais distantes da solução encontrada exaustivamente, o número de operações, deste caso, foi contabilizado como sendo a média aproximada das operações de todos os pares de vértices mais distantes.

² Rede sem dados visto que não foi possível obter as informações necessárias para executar o algoritmo