

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO TECNOLÓGICO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROJETO DE GRADUAÇÃO**



**CAIO MARCIANO SANTOS**

**MODELAGEM DE UM AMPLIFICADOR A FIBRA DOPADA  
COM ÉRBITO (EDFA)**

VITÓRIA – ES  
DEZEMBRO/2016

CAIO MARCIANO SANTOS

**MODELAGEM DE UM AMPLIFICADOR A FIBRA DOBADA COM  
ÉRBIO (EDFA)**

Parte manuscrita do Projeto de Graduação do aluno **Caio Marciano Santos**, apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, para obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

Orientadora:  
Profa. Dra. Maria José Pontes

Coorientador:  
Prof. Dr. Marcelo Eduardo Vieira Segatto

VITÓRIA – ES  
DEZEMBRO/2016

CAIO MARCIANO SANTOS

**MODELAGEM DE UM AMPLIFICADOR A FIBRA DOBADA COM  
ÉRBIO (EDFA)**

Parte manuscrita do Projeto de Graduação do aluno **Caio Marciano Santos**, apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, para obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

Aprovado em 20 de dezembro de 2016.

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

---

**Profa. Dra. Maria José Pontes**  
Universidade Federal do Espírito Santo – UFES  
Orientadora

---

**Prof. Dr. Marcelo Eduardo Vieira Segatto**  
Universidade Federal do Espírito Santo – UFES  
Coorientador

---

**Prof. Dr. Carlos Eduardo Schmidt Castellani**  
Universidade Federal do Espírito Santo – UFES  
Examinador

---

**Prof. Dr. Jair Adriano Lima Silva**  
Universidade Federal do Espírito Santo – UFES  
Examinador

VITÓRIA – ES  
DEZEMBRO/2016

## RESUMO

Com o crescimento exponencial das redes mundiais de fibra ótica, surge a necessidade de introduzir novos elementos de amplificação nos sistemas mundiais de telecomunicações. Os amplificadores convencionais, fortemente limitados pela eletrônica, abrem espaço para amplificadores modernos, como os amplificadores a fibra dopada com érbio (EDFA).

Neste trabalho, será realizada uma modelagem computacional de um EDFA, que será utilizada para compreender o processo de amplificação. A mesma poderá também ser utilizada para projetar amplificadores, permitindo que o projetista varie parâmetros e encontre a melhor solução possível para seu projeto.

O trabalho irá focar em sinais nos comprimentos de onda de 1530 nm e 1550 nm, pois são comprimentos de onda que apresentam características marcantes na curva de ganho do amplificador. Já para os lasers de bombeio serão considerados os comprimentos de onda de 980 nm e 1480 nm, devido à eficiência destes para a amplificação de sinais em telecomunicações.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura dos níveis energéticos do íon trivalente de Érbio ( $Er^{3+}$ ).....	15
Figura 2 - Esquemático padrão de um EDFA demonstrando os elementos essenciais para as topologias (a) bidirecional, (b) co-propagante e (c) contra-propagante .....	16
Figura 3 - Valores de seção de choque em uma EDF.....	17
Figura 4 - Ganho de sinal (em dB) em função da potência de bombeio com e sem efeito da ASE.....	21
Figura 5 - Espectros de entrada e saída de um EDFA .....	24
Figura 6 - Fluxograma da modelagem computacional do EDFA.....	26
Figura 7 - Representação dos sinais propagantes na EDF .....	28
Figura 8 - Seções de choque de absorção e emissão da Fibra A .....	31
Figura 9 - Seção de choque total do érbio dada por $\sigma_e N_2/N - \sigma_a N_1/N$ para diferentes valores da fração de população no nível metaestável ( $N_2/N$ ). .....	32
Figura 10 - Intensidade modal para um bombeio em 980 nm e sinal em 1550 nm para a Fibra A.....	33
Figura 11 - Curvas de ganho em função da potência de bombeio para sinais em 1530 e 1550 nm com bombeio em 980 e 1480 nm.....	34
Figura 12 - População no nível metaestável em função da potência de bombeio para 980 nm e 1480 nm. ....	34
Figura 13 - População no nível metaestável em função da posição na EDF para bombeio em 980nm (esquerda) e 1480 nm (direita). As curvas representam as potencias de bombeio de 4, 10 e 40 mW.....	35
Figura 14 - Ganho de sinal (em dB) em função da posição na EDF para bombeio em 980 nm com sinais em 1530 nm (esquerda) e 1550 nm (direita). As curvas representam as potencias de bombeio de 4, 10 e 40 mW. ....	36
Figura 15 - Propagação da ASE ao longo da EDF para 40 mW de bombeio em 980nm (esquerda) e 1480 nm (direita).....	36
Figura 16 - Potência de ASE (co-propagante e contra-propagante) em função da potência de bombeio para bombeio em 980 e 1480 nm.....	37
Figura 17 - Potência de bombeio em função da posição na EDF para 4, 10, 20 e 40 mW de bombeio em 980 nm. ....	37
Figura 18 - Ganho do Sinal (esquerda) e população no nível metaestável (direita) em função da potência de bombeio para uma fibra “curta” (8 m).....	38

Figura 19 - Ganho do Sinal (esquerda) e população no nível metaestável (direita) em função da potência de bombeio para uma fibra “longa” (25 m).....	39
Figura 20 - Potência de ASE em função da potência de bombeio para uma fibra “curta” (esquerda) e para uma fibra “longa” (direita). .....	39
Figura 21 - Ganho de Sinal (em dB) em função do comprimento da EDF para sinais de entrada em -40 dBm em 1530 nm (esquerda) e 1550 nm (direita) para uma potência de bombeio de 40 mW.....	40
Figura 22 - Ganho de Sinal (em dB) em função do comprimento da EDF para sinais de entrada em -40 dBm em 1530 nm (esquerda) e 1550 nm (direita) para uma potência de bombeio de 10 mW.....	40
Figura 23 - Espectro da ASE co-propagante (esquerda) e contra-propagante (direita) para potências de bombeio de 4, 6, 15 e 20 mW em 980 nm. ....	41
Figura 24 - Espectro da ASE co-propagante (esquerda) e contra-propagante (direita) para potências de bombeio de 4, 6, 8, 15 e 20 mW em 1480 nm. ....	42
Figura 25 - Ganho (esquerda) e Figura de Ruído (direita) em função do comprimento de onda para bombeio em 980 nm.....	42
Figura 26 - Ganho (esquerda) e Figura de Ruído (direita) em função do comprimento de onda para bombeio em 1480 nm.....	43
Figura 27 - Potência de Bombeio em função da posição ao longo da EDF para as diferentes topologias de bombeio em 980 nm. ....	44
Figura 28 - Ganho de sinal (em dB) em função da posição ao longo da EDF para diferentes topologias de bombeio em 980 nm para um sinal de entrada de -40 dBm em 1550 nm. ....	44

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 - Variáveis de saída da modelagem computacional.....	29
Tabela 2 - Características da EDF .....	30
Tabela 3 - Principais fatores de confinamento utilizados na modelagem computacional.....	32

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASE	Emissão espontânea amplificada
EDFA	Amplificador a fibra dopada com érbio
EDF	Fibra dopada com érbio
WDM	<i>Wavelength-division Multiplex</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Raio do núcleo da fibra
$A_{eff}$	Área efetiva da região dopada
$b_{eff}$	Raio efetivo da região dopada
$g$	Coefficiente de ganho
$c$	Velocidade de propagação da luz
$g$	Coefficiente de ganho
$n$	Índice de refração do vidro
$n_{core}$	Índice de refração no núcleo da fibra
$n_{clad}$	Índice de refração na casca da fibra
$n_t$	Densidade populacional de íons na fibra dopada
$m$	Número de modos na fibra ótica
$l$	Perda intrínseca da fibra
$L$	Comprimento da fibra
$r$	Raio da fibra
$i(r)$	Intensidade modal normalizada
$Q$	Fluxo de fótons
$I_{a,e}$	Espectro de absorção ou fluorescência da fibra
$V$	Frequência normalizada
$J_0$	Função de Bessel de ordem zero
$J_1$	Função de Bessel de ordem um
$K_0$	Função de Bessel modificada de ordem zero
$K_1$	Função de Bessel modificada de ordem um
$\alpha$	Coefficiente de absorção
$\lambda$	Comprimento de onda
$\lambda_{a,e,pico}$	Comprimento de onda do pico de absorção ou emissão
$\tau$	Tempo de vida do íon no nível metaestável
$\sigma_a$	Seção de choque de absorção (Cross section)
$\sigma_e$	Seção de choque de emissão (Cross section)
$\nu$	Frequência
$\Gamma$	Fator de confinamento (Overlap)
$\zeta$	Parâmetro de saturação da fibra

$\Delta\nu_k$  Banda de frequência  
 $\Delta G$  Variação de ganho do sinal

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
1.1	Apresentação .....	12
1.2	Justificativa.....	13
1.3	Objetivos.....	13
1.4	Estrutura .....	13
<b>2</b>	<b>EMBASAMENTO TEÓRICO .....</b>	<b>14</b>
2.1	Princípio de Funcionamento.....	14
2.2	Componentes Essenciais .....	15
2.3	Equações de Propagação e Taxa.....	16
2.3.1	Seção de choque .....	16
2.3.2	Fator de Confinamento .....	18
2.3.3	Coefficientes de Absorção e Ganho .....	19
2.3.4	Modelo Analítico do EDFA .....	20
2.3.5	Emissão Espontânea Amplificada (ASE).....	21
2.3.6	Equações Diferenciais do EDFA.....	22
2.4	Caracterização de um EDFA .....	23
2.4.1	Ganho .....	24
2.4.2	Figura de Ruído .....	25
<b>3</b>	<b>MODELAGEM COMPUTACIONAL.....</b>	<b>26</b>
3.1	Configuração de Parâmetros Iniciais.....	26
3.2	Resolução das Equações de Propagação e Taxa .....	27
3.3	Dados de Saída da Simulação.....	29
<b>4</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>30</b>
4.1	EDF Seleccionada .....	30
4.2	Seções de Choque de Absorção e Emissão .....	30
4.3	Fatores de Confinamento.....	32
4.4	Ganho .....	33
4.5	ASE.....	36
4.6	Análise de fibras “curtas” e “longas” .....	38
4.7	Comprimento Ótimo da EDF .....	40
4.8	Espectro da ASE.....	41
4.9	Ganho e Figura de Ruído.....	42

4.10 Topologias de Bombeio.....	43
<b>5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>45</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>47</b>
<b>APÊNDICE A – SIMULAÇÃO EDFA.....</b>	<b>48</b>
A.1 EDFA.m.....	48
A.2 EDFA_Input_Data.m.....	56
A.3 EDFA_Input_FiberA.m.....	58
A.4 Function_CrossSection.m.....	60
A.5 Function_Overlap.m.....	62
A.6 Funtion_EDFA_Analytical_Implicit_Equation.m .....	66
A.7 Funtion_EDFA_Analytical_Model.m .....	68
A.8 Funtion_Diff_Equations.m .....	71
A.9 Funtion_Boundary_Conditions.m .....	75
A.10 Funtion_Population.m .....	78

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Apresentação

O crescimento da demanda pelo tráfego de informação, causado pelo avanço da internet, exigiu a evolução dos sistemas de telecomunicação para o meio ótico. Em meados de 1990, o mundo presenciou um crescimento considerável em redes de fibra ótica. Até 1997 foram instalados aproximadamente 366.000 km de cabos de fibra ótica submarinhos, interconectando todo o mundo (BECKER, 1999, p. 1).

Um dos maiores problemas ao realizar a conexão mundial deve-se a atenuação das informações sendo transmitidas ao longo do meio de comunicação. Antes dos amplificadores óticos, esse fenômeno era resolvido utilizando técnicas de amplificação eletrônica. Apesar das altas taxas proporcionadas pela fibra ótica, o sistema era limitado pelos componentes eletrônicos. Amplificadores óticos não necessitam de circuitos de alta taxa para poderem realizar o processo de amplificação, tornando-os essenciais para o desenvolvimento de redes que trabalham em taxas elevadas.

O amplificador ótico foi inventado em 1962, porém esses dispositivos somente ganharam espaço depois de alguns anos com o surgimento das fibras de vidro de sílica em telecomunicações. Em 1987, surgiram os amplificadores a fibra dopada com érbio (EDFA) apresentando uma amplificação eficiente da luz na região espectral de  $1.5 \mu\text{m}$  (BECKER, 1999, p. 7). Surgiram também fibras dopadas com outros elementos de terra-rara, como o itérbio, neodímio, praseodímio e túlio, possibilitando obter outras características relevantes ao meio de telecomunicações. Com o desenvolvimento de lasers de alta potência, novas formas de amplificação ótica estão sendo obtidas por meio de amplificação em fibra utilizando-se efeitos não lineares como os espalhamentos Raman e Brillouin (FREITAS, 2006, p. 27).

O EDFA é considerado um dos amplificadores mais importantes no contexto de comunicações óticas em longas distâncias. Esse destaque deve-se a características como alto ganho e potência ótica fornecida, assim como uma baixa figura de ruído quando comparado a outros amplificadores óticos (FREITAS, 2006, p. 27).

## 1.2 Justificativa

Devido à importância do EDFA no contexto de telecomunicações, tornou-se necessário obter uma ferramenta para o estudo de tal dispositivo. Por meio da modelagem, consegue-se explorar todos os aspectos teóricos do amplificador como a relação entre os parâmetros e as equações envolvidas no processo de amplificação. Além disso, a modelagem é imprescindível para projetar e validar amplificadores.

## 1.3 Objetivos

Ao finalizar este trabalho, espera-se obter uma modelagem confiável e eficiente para simular os diversos casos possíveis de aplicação de um EDFA. A modelagem deve fornecer parâmetros essenciais do amplificador como: ganho, figura de ruído, propagação de sinais, potência ótima de bombeio e comprimento ótimo da fibra dopada com érbio (EDF). Essa modelagem poderá ser utilizada tanto para estudo quanto para projetos de amplificadores. Dessa forma ela deve fornecer parâmetros considerados ótimos para que o projeto atenda as expectativas desejadas pelo projetista.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- estudar o processo completo de amplificação em um EDFA;
- desenvolver uma modelagem computacional completa do dispositivo;
- estudar a relação entre o dispositivo e seus diversos parâmetros;
- entender como ocorre o projeto de amplificadores por meio da modelagem.

## 1.4 Estrutura

O trabalho está dividido em cinco capítulos. O primeiro expõe a ideia geral do projeto, a justificativa para o desenvolvimento do trabalho e os objetivos gerais e específicos do mesmo. No Capítulo 2 tem-se todo o embasamento teórico necessário para entender os conceitos apresentados ao longo dos demais capítulos. Já o Capítulo 3 apresenta, de forma breve, a modelagem computacional e como a mesma foi desenvolvida desde a inserção de parâmetros iniciais até a obtenção dos dados de saída da simulação. Finalmente, o Capítulo 4 demonstra os resultados obtidos por meio da modelagem e o Capítulo 5 apresenta a conclusão do trabalho.

## 2 EMBASAMENTO TEÓRICO

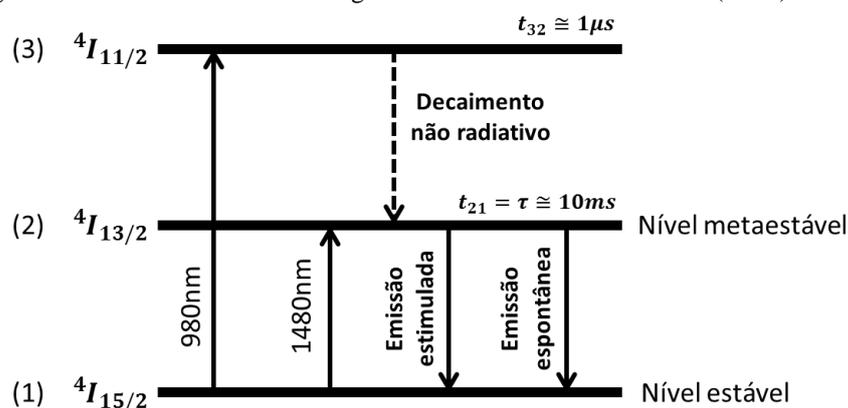
### 2.1 Princípio de Funcionamento

Os amplificadores a fibra dopada são constituídos de uma fibra dopada com íons de terra rara e lasers de bombeio. A luz do laser de bombeio propaga na fibra dopada e excita íons da fibra para um nível de maior energia. Nesse estado energético, existem duas possibilidades: emissão espontânea ou emissão estimulada. A primeira ocorre quando o íon decai espontaneamente para um nível de menor energia, possivelmente gerando um fóton e dando origem ao fenômeno conhecido como emissão espontânea amplificada (ASE). Como a ASE apresenta fase, frequência e polarização aleatória, ela pode ser considerada um ruído ótico. A segunda possibilidade ocorre quando a luz do laser de sinal propaga pela fibra dopada, podendo induzir o íon a cair para um estado de menor energia. O decaimento gera um fóton com as mesmas características óticas do sinal, o que amplifica o sinal sendo propagado. Esse processo é conhecido como emissão estimulada (RP PHOTONICS, 2016).

As configurações a serem estudadas do EDFA considerarão lasers de bombeio de 980 nm e 1480 nm, pois tratam-se de comprimentos de ondas mais eficientes para amplificação de sinais em telecomunicações (FREITAS, 2006, p. 28). A estrutura dos níveis energéticos, para o íon trivalente de érbio ( $Er^{3+}$ ), pode ser observada na Figura 1.

Nota-se, por meio da Figura 1, que o bombeio em 980 nm excita íons para o terceiro nível energético ( $^4I_{11/2}$ ). Como o tempo de relaxação do nível três para o dois é muito curto ( $t_{32} \cong 1 \mu s$  para o érbio bombeado em 980 nm), pode-se considerar que a população efetiva de íons encontrada no nível três é próxima de zero. Dessa forma, consegue-se descrever o sistema utilizando apenas equações para os níveis um e dois (BECKER, 1999, p. 144).

Figura 1 – Estrutura dos níveis energéticos do íon trivalente de Érbio ( $Er^{3+}$ ).



Fonte: Produção do próprio autor.

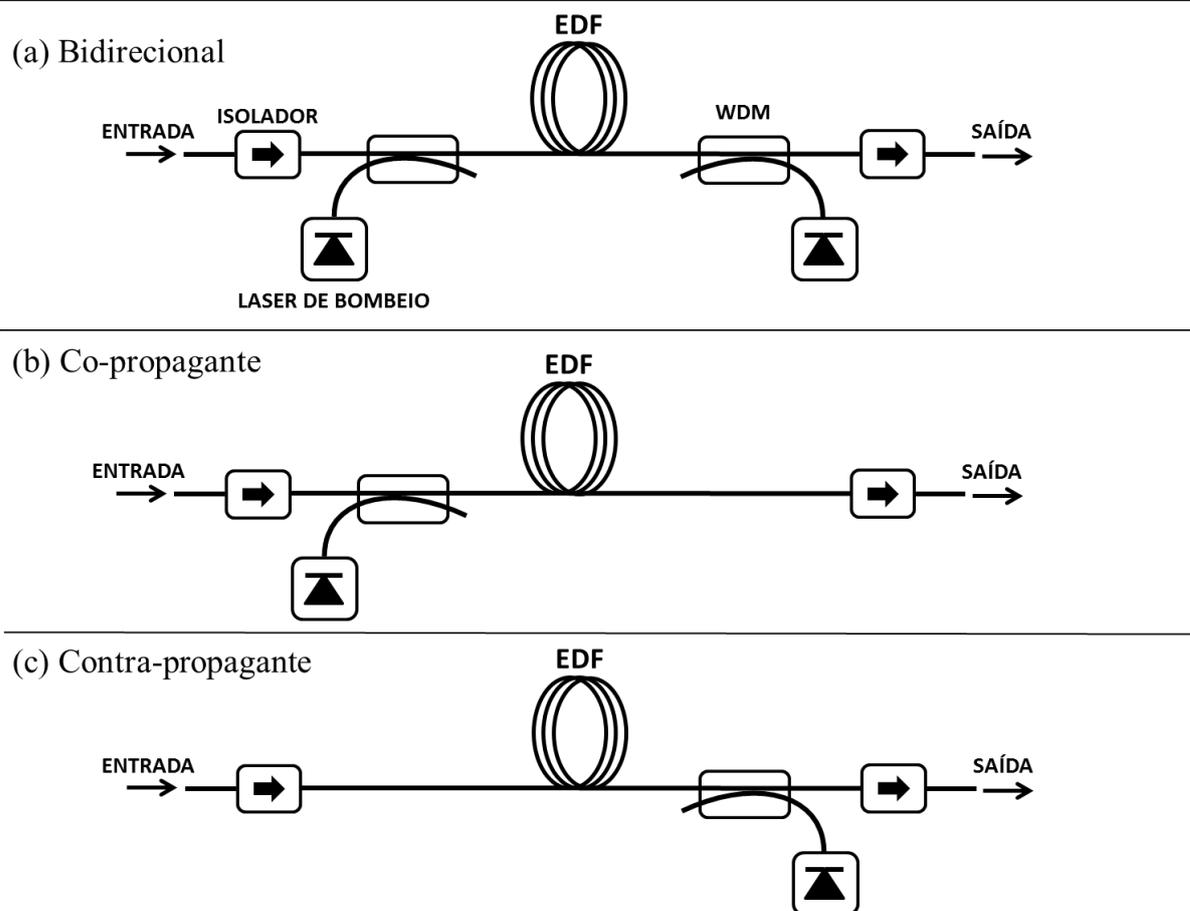
## 2.2 Componentes Essenciais de um EDFA

Os principais componentes de um EDFA podem ser observados na Figura 2, assim como as diferentes topologias de bombeio que podem ser utilizadas. Basicamente deve-se utilizar uma EDF, acopladores WDM (*Wavelength-division Multiplex*), isoladores e lasers de bombeio.

A EDF é o elemento principal do sistema, recebendo energia do laser de bombeio e amplificando o sinal de entrada. Os acopladores WDM são responsáveis por acoplar o sinal e o bombeio para dentro da EDF. O isolador da entrada protege os dispositivos que estão antes do amplificador (como um laser de sinal, por exemplo) de qualquer reflexão proveniente do dispositivo. Já o isolador da saída protege o amplificador de qualquer reflexão que possa retornar do sistema. Sem esse isolador, a potência ótica refletida pode afetar o processo de amplificação aumentando o ruído do dispositivo (DERICKSON, 1998, p.521).

As topologias de bombeio podem ser bidirecional, co-propagante e contra-propagante. A primeira alia as vantagens das outras duas, porém utilizando dois lasers de bombeio o que eleva consideravelmente o custo do amplificador.

Figura 2 - Esquemático padrão de um EDFA demonstrando os elementos essenciais para as topologias (a) bidirecional, (b) co-propagante e (c) contra-propagante



Fonte: Produção do próprio autor.

## 2.3 Equações de Propagação e Taxa

O processo de amplificação de um EDFA baseia-se na solução de equações de taxa e propagação. Este trabalho assumirá um sistema de dois níveis energéticos devido ao curto tempo de relaxação dos íons de érbio entre os níveis energéticos três e dois (BECKER, 1999, p. 144). Primeiramente serão descritos os parâmetros básicos do amplificador a fim de compreender o sistema de equações de propagação e taxa.

### 2.3.1 Seção de choque

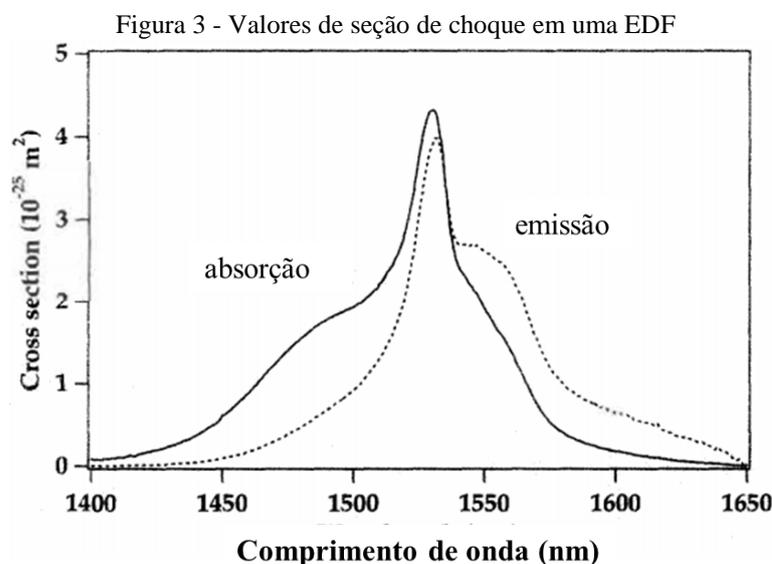
A seção de choque, ou *cross section*, apresenta uma forma de quantificar a habilidade de um íon de absorver e emitir luz (BECKER, 1999, p. 99). Esse parâmetro representará a probabilidade de uma transição ocorrer entre os estados energéticos durante o processo de amplificação. A medição adequada dos valores de seção de choque consiste em um dos desafios da caracterização de um EDFA.

Os valores de seção de choque para uma EDF podem ser obtidos empregando-se métodos químicos e medidas com feixes óticos. Dessa forma, consegue-se encontrar os valores das seções de choque de absorção ( $\sigma_a$ ) e emissão ( $\sigma_e$ ) de forma direta. Esse método não pode ser utilizado quando a densidade de íons de érbio da fibra ( $n_t$ ) varia radialmente (GILES e DESURVIRE, 1991).

Caso não seja possível obter os valores de seção de choque diretamente, esses devem ser obtidos indiretamente por meio da relação de Ladenburg-Fuchbauer dada na equação (1). A relação consegue estimar os valores desejados utilizando-se o espectro fluorescente e o espectro de absorção da EDF (GILES e DESURVIRE, 1991).

$$\sigma_{a,e}(\lambda) = \frac{\lambda_{a,e,pico}^4 \cdot I_{a,e}(\lambda)}{8\pi c n^2 \tau \int I_{a,e}(\lambda) d\lambda} \quad (1)$$

Na equação (1),  $\lambda_{a,e,pico}$  é o comprimento de onda do pico de absorção ou emissão,  $I_{a,e}$  corresponde ao espectro de absorção ou fluorescência da fibra,  $c$  é a velocidade da luz,  $n$  o índice de refração do vidro e  $\tau$  é o tempo de vida dos íons no estado metaestável. Vale ressaltar que os valores obtidos por meio da relação de Ladenburg-Fuchbauer possuem uma precisão relativamente baixa (GILES e DESURVIRE, 1991). Uma curva típica de seção de choque de uma EDF pode ser observada na Figura 3.



Fonte: BECKER, 1999, p. 154 (Modificada)

### 2.3.2 Fator de Confinamento

Geralmente a distribuição dos íons de érbio na fibra dopada não ocupa todo o raio da fibra. Porém, verifica-se que o modo ótico está distribuído radialmente ao longo da fibra e somente a parte desse modo que estiver contido na região dopada estimulará absorção e emissão dos íons de érbio. O fator de confinamento parametriza esse fenômeno descrevendo qual parcela da intensidade modal está contida no mesmo espaço em que os íons de érbio estão distribuídos (BECKER, 1999, p. 140).

Para obter o fator de confinamento, primeiramente calcula-se a intensidade modal normalizada do modo fundamental por meio da Equação (2).

$$i(r) = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{v}{aV} \cdot \frac{J_0(ur/a)}{J_1(u)} \right]^2 \quad r < a$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ \frac{u}{aV} \cdot \frac{K_0(vr/a)}{K_1(v)} \right]^2 \quad r \geq a \quad (2)$$

Na equação (2),  $J_{0,1}$  corresponde à função de Bessel de ordem zero e um. Já  $K_{0,1}$  corresponde à função de Bessel modificada de ordem zero e um. A variável  $r$  é o raio da fibra e  $a$  é o raio do núcleo da fibra. O parâmetro  $V$  é a frequência normalizada da fibra e pode ser calculado por:

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} (n_{core}^2 - n_{clad}^2)^{1/2}, \quad (3)$$

sendo  $\lambda$  o comprimento de onda da luz na fibra e  $n_{core}$  e  $n_{clad}$  os índices de refração no núcleo e na casca da fibra respectivamente. No caso em que  $1 \leq V \leq 3$ , os parâmetros  $u$  e  $v$  utilizados em (2) podem ser obtidos por meio de (4) e (5) respectivamente com divergência de apenas 1% do valor exato (BECKER, 199, pg. 183).

$$v = 1,1428V - 0,9960 \quad (4)$$

$$u = (V^2 - v^2)^{1/2} \quad (5)$$

Assumindo que a distribuição dos íons de érbio seja constante de  $r = 0$  até  $r = R$ , pode-se aplicar a Equação (6) para encontrar o fator de confinamento ( $\Gamma$ ) da EDF para um dado comprimento de onda (BECKER, 1999, p. 144), fazendo

$$\Gamma = 2\pi \int_0^R i(r)rdr. \quad (6)$$

### 2.3.3 Coeficientes de Absorção e Ganho

Como a seção de choque pode ser trabalhosa de ser encontrada diretamente, pode-se caracterizar o EDFA utilizando-se os coeficientes de absorção e ganho da fibra. A caracterização envolve diretamente quatro parâmetros: o coeficiente de absorção  $\alpha(\lambda)$ , o coeficiente de ganho  $g(\lambda)$ , a perda intrínseca da fibra  $l(\lambda)$  e o parâmetro de saturação da fibra  $\zeta$  (GILES, 1991).

Utilizando-se uma fonte de luz branca consegue-se realizar medidas de atenuação em uma fibra de comprimento conhecido, em torno de 980nm e 1450 – 1600nm, a fim de obter  $\alpha(\lambda)$  e  $l(\lambda)$ . Para obter a medida de  $g(\lambda)$  deve-se medir o espectro fluorescente  $F(\lambda)$  da EDF. Em seguida propaga-se um sinal pela EDF e obtém-se a variação de ganho do sinal  $\Delta G(\lambda_s)$  entre o caso em que a fibra não possui bombeio e o caso em que ela possuir população completamente invertida. Dessa forma, pode-se utilizar (7) para encontrar  $g(\lambda)$  fazendo,

$$g(\lambda) = \left[ \frac{\Delta G(\lambda_s)}{L} - \alpha(\lambda_s) \right] \frac{F(\lambda)}{F(\lambda_s)}, \quad (7)$$

onde  $L$  é o comprimento da fibra dopada e  $\lambda_s$  o comprimento de onda do sinal. O parâmetro de saturação é encontrado utilizando-se (8). Geralmente, a área efetiva da região dopada da fibra ( $A_{eff}$ ), a densidade populacional dos íons de érbio ( $n_t$ ) e o tempo de vida do íon no nível metaestável ( $\tau$ ) são fornecidos pelo fabricante da fibra (GILES, 1991).

$$\zeta = \frac{A_{eff} \cdot n_t}{\tau} \quad (8)$$

Ao assumir que os íons de érbio estão distribuídos uniformemente em um disco de raio  $b_{eff}$ , concêntrico com o núcleo da fibra, pode-se calcular as seções de choque utilizando-se  $\alpha(\lambda)$  e  $g(\lambda)$  como demonstrado em (9) (GILES e DESURVIRE, 1991).

$$\begin{aligned}\sigma_a(\lambda) &= \frac{\alpha(\lambda)}{\Gamma(\lambda) \cdot n_t} \\ \sigma_e(\lambda) &= \frac{g(\lambda)}{\Gamma(\lambda) \cdot n_t}\end{aligned}\tag{9}$$

Dessa forma, conclui-se que os coeficientes de absorção e ganho são mais eficientes para modelar um EDFA devido à praticidade de obtenção desses parâmetros.

### 2.3.4 Modelo Analítico do EDFA

O modelo analítico do EDFA proporciona um cálculo rápido que fornecerá um resultado estimado do que é esperado da solução das equações diferenciais do amplificador. O modelo considera apenas os sinais e bombeios introduzidos no amplificador, desconsiderando a ASE gerada ao longo do processo de amplificação. O fluxo de fótons de cada comprimento de onda no amplificador pode ser encontrado utilizando-se (10) (GILES e DESURVIRE, 1991).

$$Q^{saida}(\lambda) = Q^{entrada}(\lambda) \cdot \exp\left\{\frac{\alpha(\lambda)+g(\lambda)}{\zeta}(Q_{total}^{entrada} - Q_{total}^{saida}) - \alpha(\lambda)L\right\},\tag{10}$$

sendo  $Q(\lambda) = P(\lambda)/h\nu$ , e  $Q_{total} = \sum Q(\lambda)$ . Nesta equação, utiliza-se o fluxo de fótons  $Q(\lambda)$ , onde  $h$  é a constante de Planck e  $\nu$  é a frequência. Ao somar o  $Q^{saida}$  de todos os comprimentos de onda, obtém-se

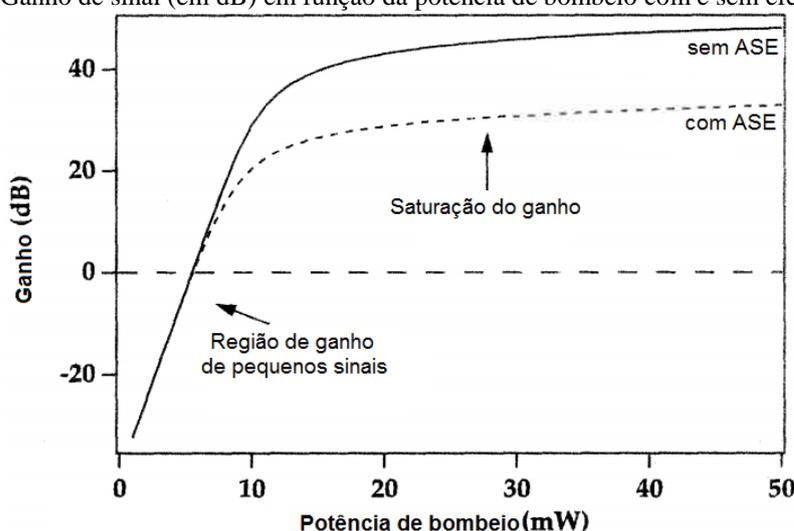
$$Q_{total}^{saida} = \sum_{\lambda} \left[ Q^{entrada}(\lambda) \cdot \exp\left\{\frac{\alpha(\lambda)+g(\lambda)}{\zeta}(Q_{total}^{entrada} - Q_{total}^{saida}) - \alpha(\lambda)L\right\} \right].\tag{11}$$

A equação (11) é uma equação implícita que deve ser solucionada para encontrar  $Q_{total}^{saida}$  e substituir o valor encontrado em (10) para obter  $Q^{saida}(\lambda)$ , conseqüentemente, encontrando as potências óticas de saída do amplificador. Vale ressaltar que o modelo analítico apresenta certo grau de incerteza devido a não inclusão da ASE (GILES e DESURVIRE, 1991).

### 2.3.5 Emissão Espontânea Amplificada (ASE)

O modelo analítico desconsidera um dos elementos mais importantes do EDFA: a ASE. Os íons excitados podem decair espontaneamente emitindo um fóton que não possui correlação com os fótons do sinal. Esses fótons que foram emitidos espontaneamente propagarão ao longo da EDF induzindo emissões estimuladas, conseqüentemente amplificando um sinal proveniente do fóton espontâneo. O processo descrito, conhecido como ASE, irá reduzir o ganho do amplificador visto que parte da energia que deveria estar amplificando o sinal, estará amplificando fótons espontâneos. Esse efeito pode ser observado na Figura 4 onde o ganho sem ASE atinge valores maiores do que o ganho com ASE.

Figura 4 - Ganho de sinal (em dB) em função da potência de bombeio com e sem efeito da ASE



Fonte: BECKER, 1999, p. 139 (Modificada)

A potência de emissão espontânea, ou potência de ruído, contida na largura de banda  $\Delta\nu$ , centrada na frequência  $\nu$  pode ser quantizada por

$$P_{ASE}^0 = m h \nu \Delta\nu \quad (12)$$

onde  $m$  é o número de modos óticos presentes na fibra. Essa potência de ruído deve ser adicionada às equações de propagação e taxa a fim de garantir uma melhor precisão à modelagem.

A ASE pode ser modelada de várias formas diferentes. Em uma dessas formas, ela pode ser tratada como apenas um sinal com a banda efetiva de todo o espectro de ASE desejado. Isso irá facilitar a solução das equações, porém irá gerar incertezas nos resultados. Uma forma mais precisa, porém mais complexa, de se modelar a ASE é considerá-la como sendo vários sinais de frequências  $\nu$ , com uma banda efetiva de ruído pequena, geralmente em torno de 1 nm. Vale ressaltar que a ASE propaga em ambos os sentidos da fibra, sendo necessários dois sinais para cada frequência, um co-propagante e outro contra-propagante.

### 2.3.6 Equações Diferenciais do EDFA

A forma mais precisa de se modelar o amplificador é resolvendo as equações diferenciais do processo de amplificação. As equações são obtidas levando-se em consideração as transições ocorridas entre os níveis energéticos. Vale ressaltar que apenas os níveis estável e metaestável são utilizados nesta modelagem, como já foi citado anteriormente. A descrição das equações será realizada utilizando-se os coeficientes de absorção e ganho devido à praticidade de obtenção desses coeficientes em experimentos práticos.

O objetivo do bombeio é inverter a população de íons na fibra dopada, induzindo um processo onde a densidade de íons no segundo nível deve ser maior do que a densidade de íons no primeiro nível, garantindo a ocorrência dos processos de emissão estimulada e espontânea. A equação (13) quantifica a inversão de população de íons ao longo da fibra (GILES e DESURVIRE, 1991).

$$\frac{\bar{n}_2}{\bar{n}_t} = \frac{\sum_k \frac{P_k(z)\alpha_k}{h\nu_k\zeta}}{1 + \sum_k \frac{P_k(z)(\alpha_k + g_k)}{h\nu_k\zeta}} \quad (13)$$

Em (13) o índice k indica os diferentes comprimentos de onda presentes no amplificador,  $\bar{n}_2$  é a densidade média de íons no nível metaestável e  $\bar{n}_t$  é a densidade média total de íons na fibra. Os comprimentos de onda, representados por k, incluem: sinais, bombeios, ASE co-propagante e ASE contra-propagante.

A equação (14) é utilizada para descrever a propagação de potência dos sinais e dos bombeios ao longo da fibra dopada. O parâmetro  $u_k$  define o sentido da propagação, sendo  $u_k = 1$

utilizado para um feixe co-propagante e  $u_k = -1$  utilizado para um feixe contra-propagante (GILES e DESURVIRE, 1991).

$$\frac{dP_k}{dz} = u_k(\alpha_k + g_k) \frac{\bar{n}_2}{\bar{n}_t} P_k(z) - u_k(\alpha_k + l_k) P_k(z) \quad (14)$$

A modelagem introduz a ASE considerando diversos comprimentos de onda propagando simultaneamente na fibra dopada. Essa consideração faz com que cada par de equações de ASE (co-propagante e contra-propagante) irá representar uma potência centrada na frequência  $\nu_k$  e ocupando uma largura de banda  $\Delta\nu_k$ . Um termo pode ser adicionado à (14) a fim de obter a equação de propagação da ASE obtendo-se (15). Esse termo representa a contribuição da emissão espontânea e o crescimento da mesma ao longo da fibra (BECKER, 1999, p. 147-149).

$$\frac{dP_k}{dz} = u_k(\alpha_k + g_k) \frac{\bar{n}_2}{\bar{n}_t} P_k(z) - u_k(\alpha_k + l_k) P_k(z) + u_k g_k \frac{\bar{n}_2}{\bar{n}_t} m h \nu_k \Delta\nu_k \quad (15)$$

Em (15),  $m$  é o número de modos óticos presentes na fibra. Quanto maior o número de componentes de ASE, melhor a precisão da solução. Uma modelagem precisa e eficiente, geralmente, inclui todo o espectro de ASE entre 1450 a 1600nm, com canais espaçados de 1nm (BECKER, 1999, p. 156).

## 2.4 Caracterização de um EDFA

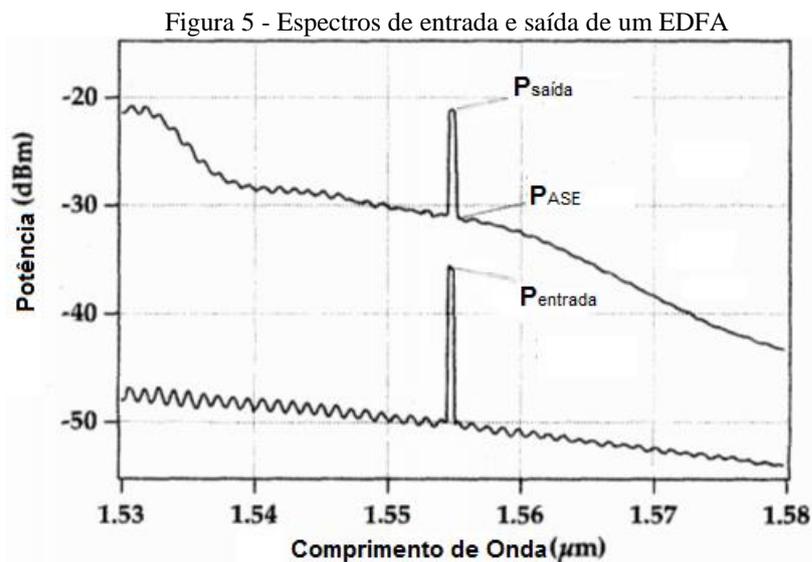
A principal função do EDFA é amplificar sinais óticos. Existem alguns parâmetros que devem ser avaliados para que o dispositivo realize essa função da forma mais eficiente possível. Os principais parâmetros são: o ganho e figura de ruído do amplificador.

### 2.4.1 Ganho

O ganho é o principal parâmetro do amplificador, podendo ser definido pela razão entre o sinal de saída e o sinal de entrada do amplificador, como em (16).

$$G(dB) = 10 \log_{10} \left( \frac{P_{saída} - P_{ASE}}{P_{entrada}} \right) \quad (16)$$

O ganho como obtido em (16) é muito utilizado em medidas práticas onde obtém-se todos os parâmetros da equação. Um exemplo disso está ilustrado na Figura 5, onde se pode verificar o espectro na entrada e na saída de um EDFA. Obtendo-se  $P_{entrada}$ ,  $P_{saída}$  e  $P_{ASE}$  no analisador de espectro, consegue-se obter o ganho do amplificador.



Fonte: BECKER, 1999, p. 252 (Modificada)

Durante o processo de modelagem os valores de  $P_{saída}$  e  $P_{ASE}$  são desconhecidos até o fim da resolução das equações diferenciais. Dessa forma, outro meio de encontrar o ganho pode ser empregado. Ao derivar o ganho direto das equações diferenciais, obtém-se (17).

$$G(dB) = 10 \log_{10} \left( \exp \left\{ \left[ (\alpha_k + g_k) \frac{\bar{n}_2}{\bar{n}_t} - \alpha_k \right] \cdot L \right\} \right) \quad (17)$$

A equação permite afirmar que o ganho depende apenas da média da inversão de população, independentemente da forma que essa inversão ocorre ao longo da fibra.

Duas regiões características da curva de ganho estão ilustradas na Figura 4: a região de ganho de pequenos sinais e a região de saturação do ganho. O ganho de pequenos sinais pode ser definido como um ganho ótico para sinais de pequena intensidade onde não há saturação do amplificador (RP PHOTONICS, 2016). Esse ganho geralmente é limitado devido ao efeito da ASE. A outra região demonstra a saturação do ganho, fenômeno em que o ganho do amplificador é reduzido devido a sinais de entrada de potencia elevada (RP PHOTONICS, 2016).

#### 2.4.2 Figura de Ruído

A figura de ruído é a medida da degradação da relação sinal-ruído (SNR) de um sinal passando pelo amplificador. Essa medida corresponde a uma forma comum de caracterizar o desempenho de um amplificador ótico (DERICKSON, 1998, pg. 543). Ela pode ser representada pela razão entre a SNR de entrada e a SNR de saída do amplificador como em (18).

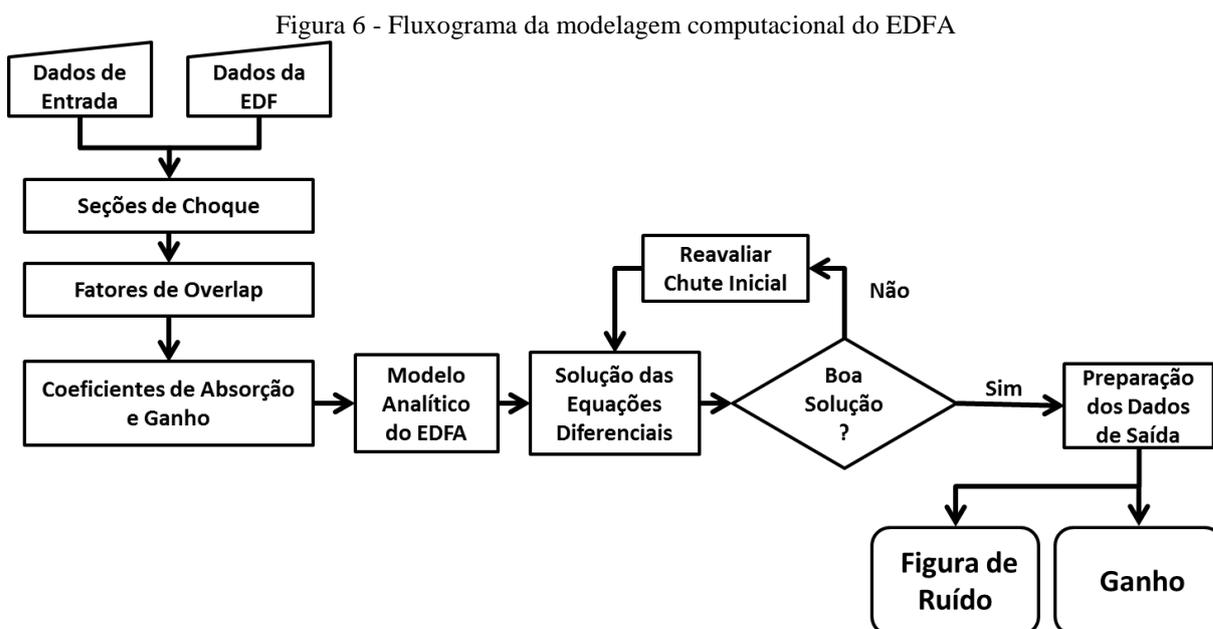
$$NF(dB) = 10 \log_{10} \left( \frac{SNR_{entrada}}{SNR_{saída}} \right) \quad (18)$$

Como a relação sinal-ruído nem sempre é conhecida, a figura de ruído pode ser encontrada utilizando-se a potência da ASE ( $P_{ASE}$ ) e o ganho do amplificador ( $G$ ). Dessa forma, tem-se (19).

$$NF(dB) = 10 \log_{10} \left( \left[ \frac{P_{ASE}}{h\nu\Delta\nu} + 1 \right] \frac{1}{G} \right) \quad (19)$$

### 3 MODELAGEM COMPUTACIONAL

Toda a modelagem computacional foi realizada em *MATLAB*<sup>®</sup> e as rotinas desenvolvidas podem ser encontradas no Apêndice A. O fluxograma de todo o processo pode ser visualizado na Figura 6.



Fonte: Produção do próprio autor.

#### 3.1 Configuração de Parâmetros Iniciais

Os dados de entrada e os dados da EDF devem ser fornecidos pelo usuário. Esses dados possuem informações como: arquivo de seções de choque ou coeficientes de absorção e ganho, características de entrada dos lasers do amplificador e características da EDF.

Como dado de entrada da simulação, o usuário deverá informar:

- Potência do laser de sinal;
- Comprimento de onda do laser de sinal;
- Potência do laser de bombeio co-propagante;
- Comprimento de onda do bombeio co-propagante;
- Potência do laser de bombeio contra-propagante;
- Comprimento de onda do bombeio contra-propagante;
- Espaçamento espectral entre as componentes da ASE;

- Comprimento de onda inicial da ASE;
- Comprimento de onda final da ASE.

Já para a fibra, o usuário deverá fornecer os seguintes parâmetros:

- Comprimento da fibra;
- Raio efetivo da região dopada;
- Abertura numérica;
- Densidade de íons da fibra dopada;
- Tempo de relaxação da fibra dopada;
- Arquivo contendo as seções de choque ou coeficientes de absorção e ganho.

As seções de choque são fornecidas pelo usuário em um arquivo de texto e utilizadas na rotina para encontrar os fatores de confinamento. Conhecendo-se as seções de choque e os fatores de confinamento, utiliza-se a equação (9) para encontrar os coeficientes de absorção e ganho, caso o usuário não os tenha fornecido diretamente.

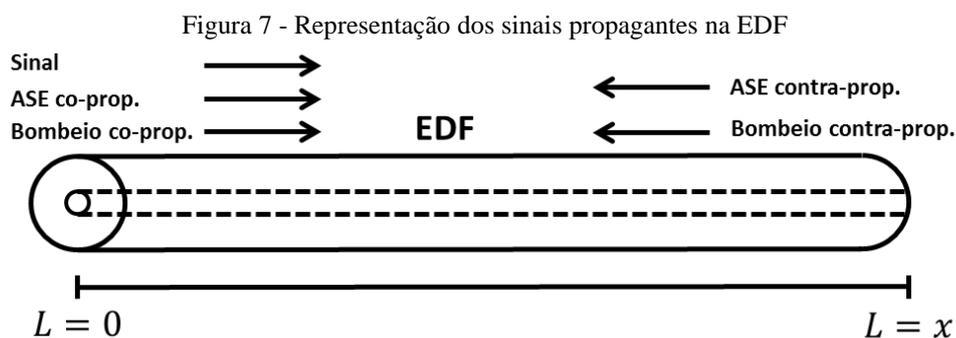
### 3.2 Resolução das Equações de Propagação e Taxa

Durante o processo de amplificação, existem sinais propagando em ambos os sentidos da EDF. Para solucionar o problema utilizando-se métodos numéricos, deve-se conhecer um valor inicial de cada um desses sinais. Como o sinal, a ASE co-propagante e o bombeio co-propagante propagam no sentido de  $L = 0$  até  $L = x$ , com os valores iniciais desses sinais em  $L = 0$ . Já a ASE contra-propagante e o bombeio contra-propagante propagam no sentido de  $L = x$  a  $L = 0$ , tendo valores iniciais em  $L = x$ . Isso caracteriza um problema de fronteira dupla, onde se tem duas fronteiras ( $L = 0$  e  $L = x$ ) e as condições iniciais do problema se encontram em ambas as fronteiras. Uma representação do problema encontra-se ilustrada na Figura 7.

A solução numérica do problema apresentado pode ser realizada de duas formas, utilizando-se métodos iterativos de Runge-Kutta ou relaxação sucessiva. O método Runge-Kutta soluciona as equações de propagação e taxa ao longo da fibra em sentido co-propagante e contra-propagante, utilizando as condições de fronteira das ondas eletromagnéticas envolvidas no problema, até que uma solução seja encontrada. A presença da ASE e bombeio contra-

propagantes cria a necessidade dessa forma de solução. Vale ressaltar que o método pode apresentar problemas de convergência em algumas soluções específicas.

O *MATLAB*<sup>®</sup> possui uma função para resolver problemas de múltiplas fronteiras. Essa função, conhecida como BVP4C, é um código que executa o método Runge-Kutta implícito conhecido por fórmula de Lobato IIIA (MATHWORKS, 2016). A função utiliza as condições iniciais e chutes iniciais para tentar solucionar o problema. No caso do problema do EDFA, os melhores lugares para os chutes seriam em  $L = x$  para o sinal, para a ASE co-propagante e para o bombeio co-propagante e em  $L = 0$  para a ASE contra-propagante e para o bombeio contra-propagante. Esses locais são os melhores para os chutes, pois consegue-se ter uma ideia de como as ondas se comportam nesses extremos.



Fonte: Produção do próprio autor.

A função BVP4C resolve todas as equações de propagação por métodos iterativos e ao atingir as bordas, cálculos de erro absoluto e erro relativo são realizados. Caso as soluções das equações diferenciais não atinjam uma tolerância pré-estabelecida pelo usuário, o processo iterativo se repete. Em alguns casos o problema pode demorar em convergir para a tolerância desejada ou não encontrar uma solução para o problema devido à má qualidade do chute inicial.

Como o chute inicial auxilia na resolução do problema, um modelo analítico do EDFA pode ser utilizado para encontrar um chute adequado para os sinais e para os bombeios. O modelo analítico desconsidera a ASE, portanto não é possível ter um chute inicial adequado da mesma, o que pode interferir no processo de resolução do problema em alguns casos.

### 3.3 Dados de Saída da Simulação

Após a etapa de resolução das equações de propagação e taxa, o usuário deverá receber os resultados da simulação computacional. A modelagem fornece oito saídas diferentes que podem ser observadas na Tabela 1. Cada variável corresponde a um structure do *MATLAB*<sup>®</sup>. A saída “Solution” apresenta os resultados principais da simulação, como vetores de propagação dos sinais, ganho e figura de ruído do amplificador.

Tabela 1 - Variáveis de saída da modelagem computacional.

<b>Nome da variável de saída</b>	<b>Descrição</b>
AnalyticalModel	Armazena os resultados obtidos no modelo analítico.
CrossSection	Armazena os dados das seções de choque fornecidos pelo usuário.
Fiber	Armazena os dados da fibra fornecidos pelo usuário.
ASE	Armazena todos os parâmetros da ASE calculados ao longo da modelagem.
Pump1	Armazena todos os parâmetros do bombeio co-propagante calculados ao longo da modelagem.
Pump2	Armazena todos os parâmetros do bombeio contra-propagante calculados ao longo da modelagem.
Signal	Armazena todos os parâmetros do sinal calculados ao longo da modelagem.
Solution	Armazena a solução geral de toda a simulação. Nesta variável encontram-se o vetor de propagação de todos os sinais, a população no nível metaestável, o ganho do sinal, o espectro de potência, o espectro de ganho e a figura de ruído do amplificador.

Fonte: Produção do próprio autor.

## 4 RESULTADOS

As análises foram comparadas com os resultados da simulação de BECKER (1999, cap. 6) para validar o modelo computacional apresentado. Todo o espectro da ASE foi utilizado e compreende os comprimentos de onda de 1450 nm até 1600 nm, com espaçamento de 1 nm, garantindo um estudo das características espectrais da ASE assim como uma análise mais fiel do ganho e da figura de ruído. Curvas de propagação das ondas ao longo da EDF permitirão um entendimento detalhado do processo de amplificação e como o projeto de um amplificador deve ser executado baseado nesses resultados. As simulações serão realizadas com uma potência de entrada de -40 dBm a fim de realizar uma comparação com os resultados de BECKER (1999, cap. 6).

### 4.1 EDF Seleccionada

A fibra dopada seleccionada para a análise foi obtida de BECKER (1999, pg. 156), também conhecida com fibra A de teste. A Tabela 2 apresenta algumas características da EDF. O comprimento da fibra será modificado ao longo de simulações para avaliar o efeito do comprimento da EDF em alguns resultados.

Tabela 2 - Características da EDF

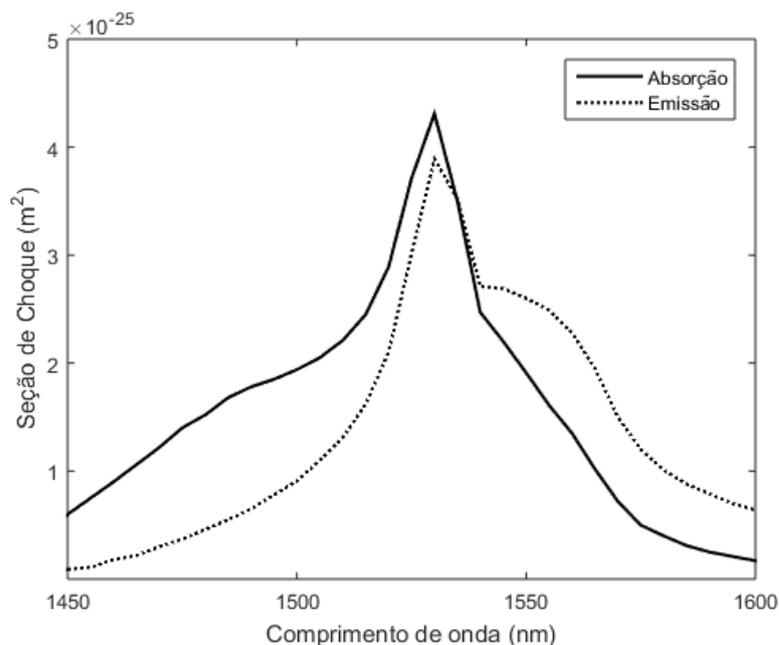
Raio do núcleo	1,40 $\mu m$
Raio efetivo de dopagem	1,05 $\mu m$
Abertura Numérica	0,28
Densidade de íons	$0,7 \cdot 10^{25} m^{-3}$
Tempo no nível metaestável	10 $ms$

Fonte: BECKER, 1999, p. 156

### 4.2 Seções de Choque de Absorção e Emissão

As seções de choque referentes à Fibra A podem ser encontradas em BECKER (1999, pg. 154). Os valores foram extraídos da curva fornecida e inseridos em um arquivo de texto para uso na modelagem computacional. As curvas de seções de choque de absorção e emissão encontram-se ilustradas na Figura 8.

Figura 8 - Seções de choque de absorção e emissão da Fibra A

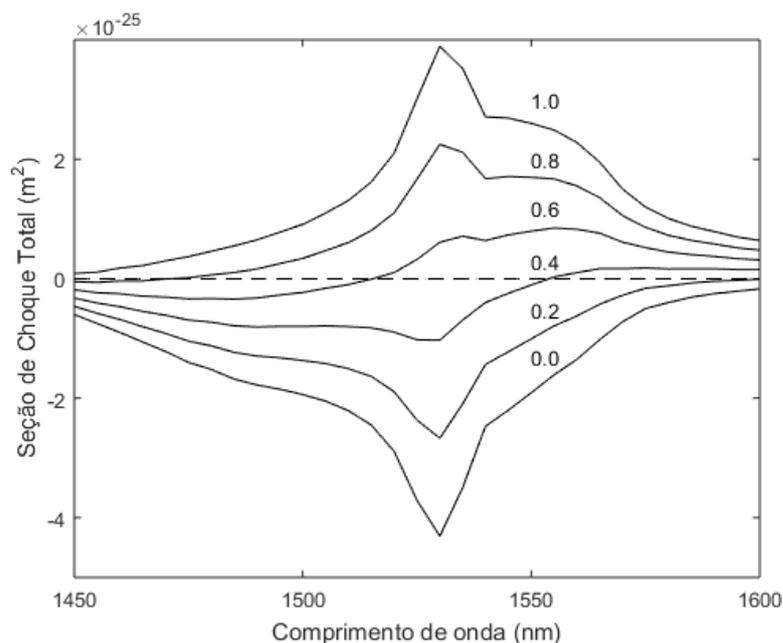


Fonte: Produção do próprio autor.

A Figura 8 não demonstra os valores em torno de 980 nm, porém sabe-se que para o érbio não há emissão em torno dessa faixa de comprimentos de onda. A seção de choque de absorção em 980 nm para a Fibra A é fornecida por BECKER (1999, pg. 145) como sendo  $2,7 \cdot 10^{-25} \text{ m}^2$ . Essas curvas permitem a modelagem com um espectro completo de ASE cobrindo a região entre 1450 nm e 1600 nm com espaçamento de 1 nm. Sem o espectro completo da ASE, não seria possível realizar uma análise da figura de ruído do amplificador.

As seções de choque interagem com a inversão de população da EDF fornecendo um padrão de ganho da fibra dopada, que pode ser observado na Figura 9. Essas curvas podem ser utilizadas para entender como o espectro de ganho varia com o nível de excitação da fibra dopada. Com excitação maior que 0,8 ( $N_2/N > 0,8$ ) a fibra apresenta ganho em quase todos os comprimentos da janela apresentada. Da mesma forma é possível observar que com baixa excitação, a fibra apresenta absorção de sinal na maioria dos comprimentos de onda. A Figura 9 também permite observar como o pico em 1530 nm é sensível a inversão de população, sofrendo muito mais do que a região de 1550 nm à medida que a inversão de população diminui (BECKER, 1999, pg. 155).

Figura 9 - Seção de choque total do érbio dada por  $[\sigma_e(N_2/N) - \sigma_a(N_1/N)]$  para diferentes valores da fração de população no nível metaestável ( $N_2/N$ ).



Fonte: Produção do próprio autor.

### 4.3 Fatores de Confinamento

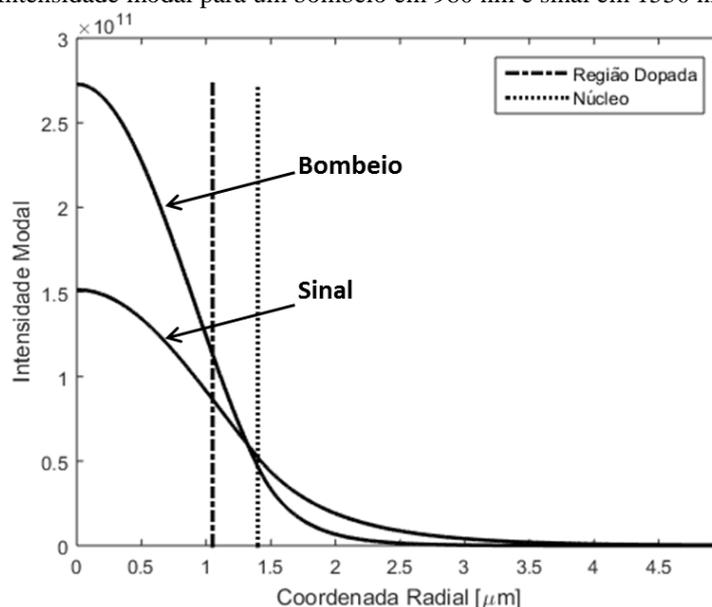
A intensidade modal foi obtida utilizando-se a Equação (2) a fim de se obter os fatores de confinamento da fibra A. Para um bombeio em 980 nm e sinal de 1550 nm, a intensidade modal, para a fibra A, pode ser observada na Figura 10. Pode-se observar que a região da intensidade modal que está contida dentro da região dopada é relativamente grande para o bombeio, garantindo um alto valor de confinamento e, conseqüentemente, um melhor aproveitamento da absorção e emissão do que o sinal. A Tabela 3 demonstra os principais valores dos fatores de confinamento utilizados na modelagem computacional. Esses valores foram obtidos utilizando-se a Equação (6) nas curvas de intensidade modal semelhantes à representada na Figura 10.

Tabela 3 - Principais fatores de confinamento utilizados na modelagem computacional.

Comprimento de onda	Fator de Confinamento
1550 nm	0,40
1530 nm	0,41
1480 nm	0,43
980 nm	0,64

Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 10 - Intensidade modal para um bombeio em 980 nm e sinal em 1550 nm para a Fibra A.



Fonte: Produção do próprio autor.

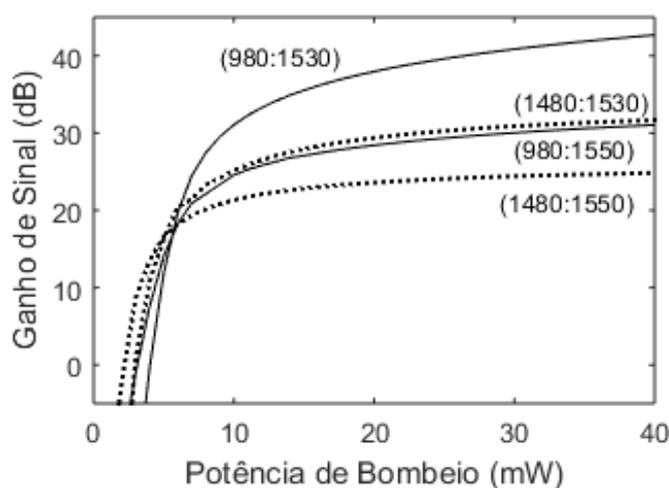
#### 4.4 Ganho

Para realizar uma análise do ganho no amplificador para a fibra A com 14 m de comprimento, utilizou-se um sinal de entrada de -40 dBm em 1530 nm e 1550 nm. A escolha dos comprimentos de onda do sinal deve-se ao fato de que são comprimentos de onda característicos da curva de seção de choque da EDF. O pico de ganho encontra-se em 1530 nm, porém essa região é sensível à inversão de população na fibra como visto na Figura 9. Já 1550 nm apresenta um ganho ligeiramente menor, mas não sofre tanto com a inversão de população. Para o bombeio foram escolhidos os comprimentos de onda de 980 nm e 1480 nm, pois tratam-se de comprimentos de onda mais eficientes para amplificação de sinais em telecomunicações (FREITAS, 2006, p. 28). A topologia de bombeio co-propagante foi utilizada para realizar a análise.

A Figura 11 demonstra o ganho dos sinais em função da potência de bombeio. Pode-se observar que o bombeio de 980 nm atinge maiores ganhos em altas potências do que o bombeio em 1480 nm. Como a seção de choque de emissão em 980 nm é nula, isso permite uma melhor inversão do que em 1480 nm, como ilustrado na Figura 12. Porém o ganho de 1480 nm na região de pequenos sinais é maior do que em 980 nm. Esse fenômeno ocorre, pois a eficiência quântica do bombeio em 1480 nm é melhor, fornecendo mais fótons do que em 980 nm e, conseqüentemente, atingindo uma melhor inversão de população em baixas potências de bombeio (BECKER, 1999, p. 163).

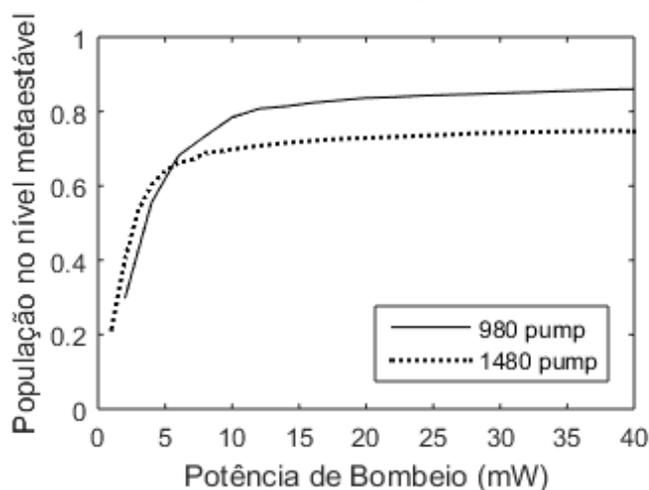
O ganho em 1530 nm é maior do que em 1550 nm, em altas potências de bombeio, pois o primeiro possui uma seção de choque de emissão maior, caracterizando um maior ganho. Porém, em baixas potências de bombeio a população no nível metaestável começa a diminuir afetando o ganho em 1530 nm na região de pequenos sinais. Nessa região, pode-se observar que o ganho em 1550 nm será mais elevado.

Figura 11 - Curvas de ganho em função da potência de bombeio para sinais em 1530 e 1550 nm com bombeio em 980 e 1480 nm.



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 12 - População no nível metaestável em função da potência de bombeio para 980 nm e 1480 nm.

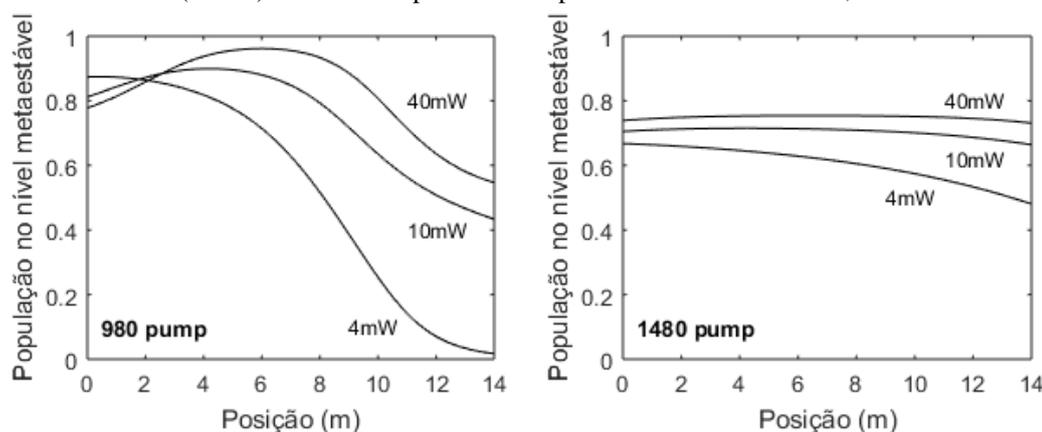


Fonte: Produção do próprio autor.

#### 4.5 Ganho ao longo da EDF

A fim de entender como ocorre o processo de amplificação ao longo da EDF, é interessante fazer uma análise da população no nível metaestável ao longo da fibra, como ilustrado na Figura 13. Para o bombeio em 980 nm tem-se uma inversão de população mal distribuída ao longo da fibra devido à seção de choque de emissão nula. Os valores de inversão na entrada da fibra são relativamente altos, porém limitados pela ASE contra-propagante que atinge valor máximo nessa região, reduzindo a população efetiva nessa região. Pode-se observar que o bombeio em 980 nm com 40 mW atinge valor máximo de inversão na região entre 6 e 8 metros da fibra. Isso ocorre, pois nessa região da fibra as ASEs co-propagante e contra-propagante atingem valores mínimos. O bombeio em 1480 nm possui um formato mais uniforme devido à seção de choque de emissão finita.

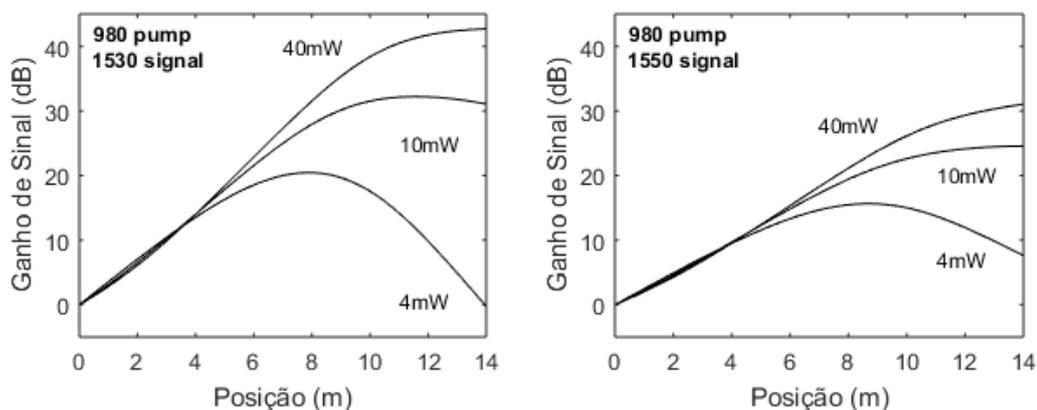
Figura 13 - População no nível metaestável em função da posição na EDF para bombeio em 980nm (esquerda) e 1480 nm (direita). As curvas representam as potências de bombeio de 4, 10 e 40 mW.



Fonte: Produção do próprio autor.

O processo de amplificação ao longo da EDF está fortemente ligado à população no nível metaestável. A Figura 13 mostra que para 4 mW de bombeio em 980 nm, mais da metade da fibra apresentará população no nível estável. Já a Figura 9 mostra que quando há pouca população no nível metaestável a fibra absorve o sinal, ao invés de amplificar. Isso pode ser observado na Figura 14 em que o ganho do sinal é reduzido entre 8 e 14 m, para ambos os sinais, quando houver bombeio em 4 mW. Novamente pode-se observar como o sinal em 1530 nm é mais sensível à inversão de população do que o sinal em 1550 nm.

Figura 14 - Ganho de sinal (em dB) em função da posição na EDF para bombeio em 980 nm com sinais em 1530 nm (esquerda) e 1550 nm (direita). As curvas representam as potências de bombeio de 4, 10 e 40 mW.

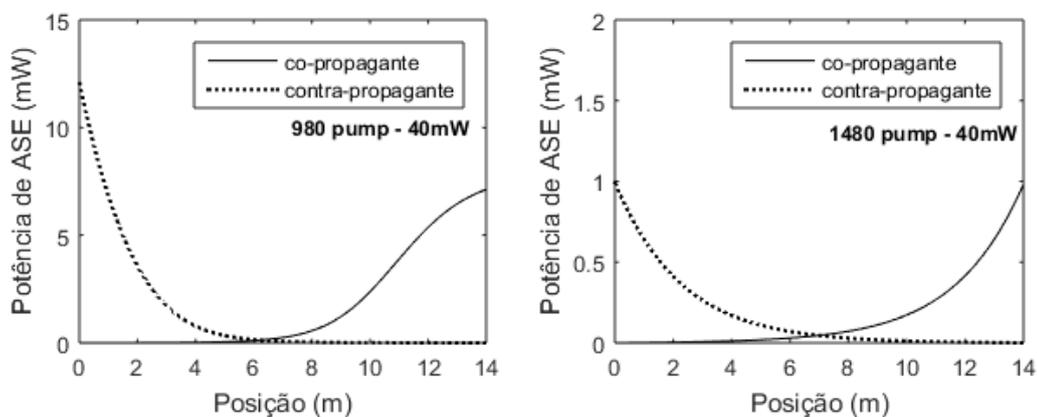


Fonte: Produção do próprio autor.

#### 4.6 Análise do efeito da ASE

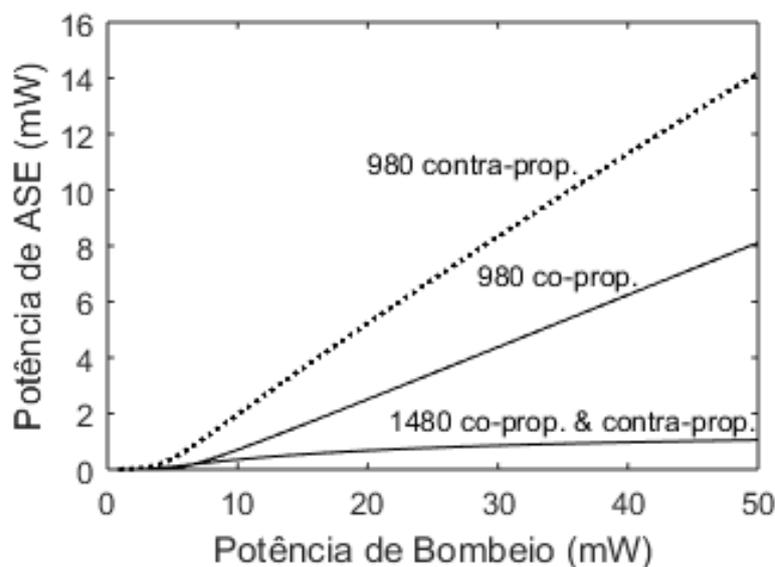
Como discutido anteriormente, a ASE é um fator primordial quando diz respeito à qualidade e eficiência dos amplificadores. Dessa forma, torna-se necessário uma análise do comportamento da ASE no processo de amplificação. Como a inversão de população no início da fibra é maior, a ASE contra-propagante atinge um valor de potência maior do que a ASE co-propagante em bombeios de 980 nm, como pode ser observado na Figura 15. Já para 1480 nm, a inversão de população é uniforme, gerando uma ASE igualmente uniforme. Como os valores de ganho em 980 nm são maiores, é normal observar que a ASE em 980 nm apresenta valores de potência elevados quando comparados com a ASE em 1480 nm. A comparação da potência de ASE nos dois casos pode ser realizada verificando-se a Figura 16.

Figura 15 - Propagação da ASE ao longo da EDF para 40 mW de bombeio em 980nm (esquerda) e 1480 nm (direita).



Fonte: Produção do próprio autor.

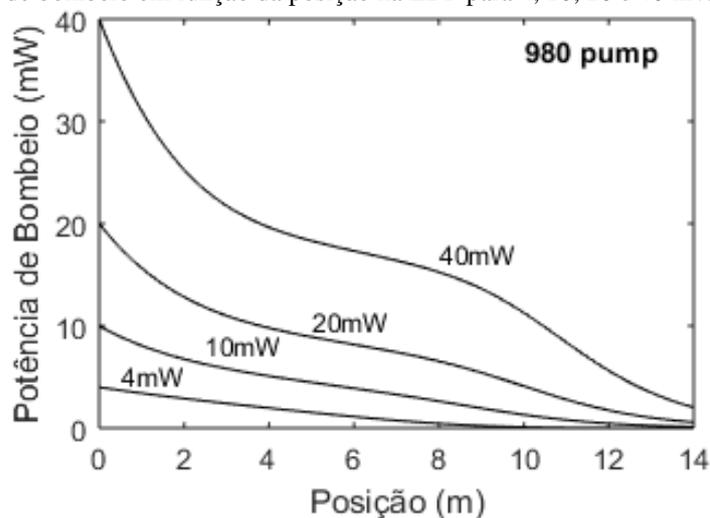
Figura 16 - Potência de ASE (co-propagante e contra-propagante) em função da potência de bombeio para bombeio em 980 e 1480 nm.



Fonte: Produção do próprio autor.

A ASE também afeta a forma com que a potência de bombeio propaga na fibra. Em altas potências de bombeio a 980 nm, pode-se verificar, pela Figura 16, que os valores de ASE são consideravelmente elevados. A ASE contra-propagante possui valor máximo no início da EDF o que causa um rápido decréscimo da potência de bombeio no início da fibra. No meio, as potências de ASE possuem valores reduzidos, como pode ser visto na Figura 15, portanto o bombeio assume um regime mais constante nessa região. No final da fibra, a ASE co-propagante tem valor elevado, novamente degradando a potência de bombeio. O fenômeno descrito pode ser observado na Figura 17.

Figura 17 - Potência de bombeio em função da posição na EDF para 4, 10, 20 e 40 mW de bombeio em 980 nm.



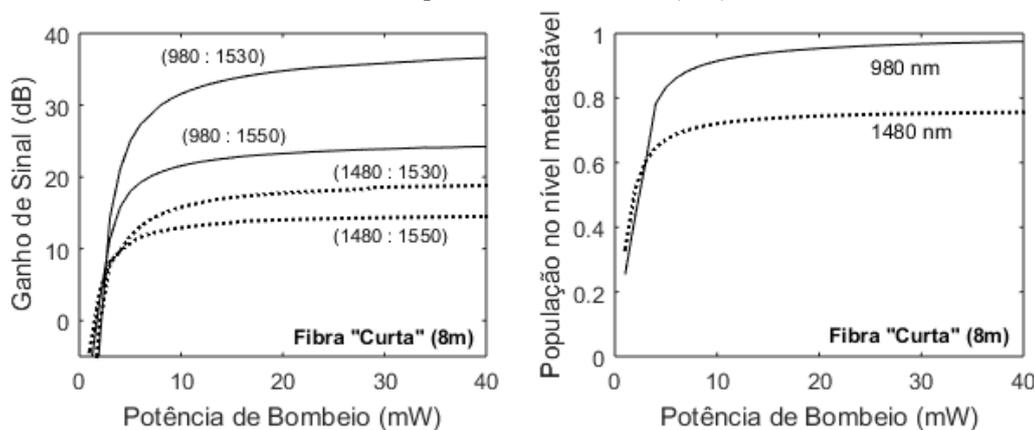
Fonte: Produção do próprio autor.

#### 4.7 Análise de Fibras “curtas” e “longas”

A análise realizada até esse ponto considerou 14 m de EDF, o que pode ser considerado um caso típico de fibra dopada. Porém, ao aumentar ou reduzir o tamanho dessa fibra, pode-se obter uma fibra dopada “longa” ou “curta”. A fibra será considerada “curta” quando o bombeio conseguir inverter completamente a fibra visto que o curto comprimento da fibra não permite o crescimento das componentes de ASE (BECKER, 1999, p. 167). Para a fibra A em questão, considera-se 8 m como sendo uma fibra “curta”. Uma fibra dopada será considerada “longa” quando forem necessárias elevadas potências de bombeio para causar uma inversão significativa na fibra. Tais potências de bombeio geram elevadas potências de ASE, o que resulta na queda da eficiência do bombeio para produzir ganho (BECKER, 1999, p. 167). Para a fibra A, considera-se 25 m como sendo uma fibra “longa”.

Uma fibra “curta” irá apresentar a maior parte da população no nível metaestável desde baixas potências de bombeio. Isso irá resultar em um amplificador que trabalhará na região de saturação em quase todos os casos. As características citadas podem ser verificadas na Figura 18.

Figura 18 - Ganho do Sinal (esquerda) e população no nível metaestável (direita) em função da potência de bombeio para uma fibra “curta” (8 m).

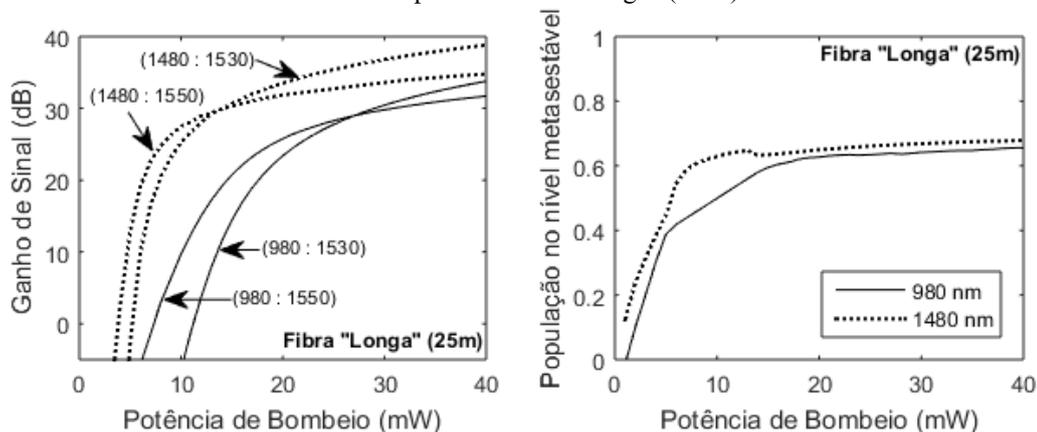


Fonte: Produção do próprio autor.

A fibra “longa” irá causar uma queda na eficiência do bombeio, fenômeno que pode ser observado na Figura 19. No caso da fibra A o bombeio em 980 nm sofre mais os efeitos da fibra “longa”. Como as potências elevadas de bombeio em 980 nm irão gerar elevadas

potências de ASE, ocorrerá uma queda na inversão que resultará em queda de ganho na região de 980 nm, como pode ser visto na Figura 19.

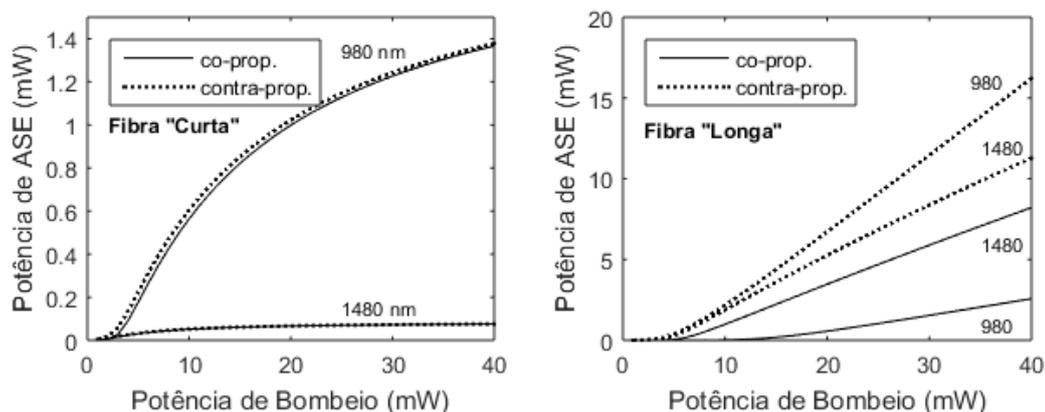
Figura 19 - Ganho do Sinal (esquerda) e população no nível metaestável (direita) em função da potência de bombeio para uma fibra “longa” (25 m).



Fonte: Produção do próprio autor.

O efeito da ASE para ambos os casos pode ser observado na Figura 20. Nota-se que a potência da ASE na fibra “curta” atinge valores muito pequenos (aproximadamente 1,4 mW com 40 mW de bombeio em 980 nm). Já para uma fibra “longa” ocorre o oposto, onde ambos os comprimentos de onda geram valores altos de potência de ASE.

Figura 20 - Potência de ASE em função da potência de bombeio para uma fibra “curta” (esquerda) e para uma fibra “longa” (direita).

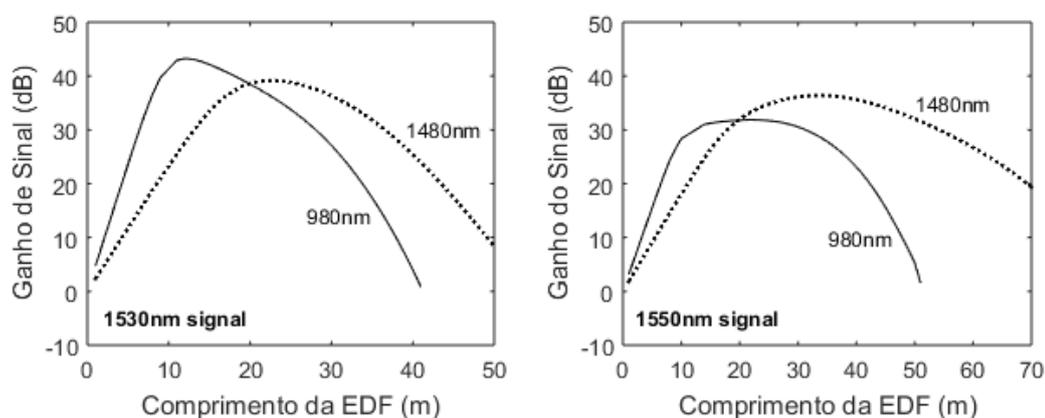


Fonte: Produção do próprio autor.

#### 4.8 Comprimento Ótimo da EDF

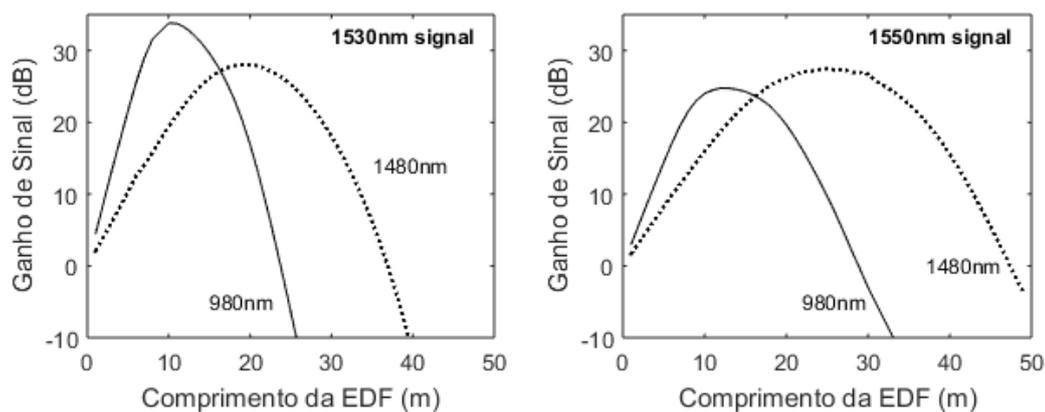
Um parâmetro imprescindível para o projeto de um EDFA é o comprimento da EDF que resulta na melhor faixa de ganho. Tal medida pode ser obtida utilizando-se a modelagem computacional desenvolvida. Variando-se o comprimento da EDF e monitorando o ganho de sinal obtido, consegue-se obter curvas como as ilustradas na Figura 21 e 22. O ponto de inflexão dessas curvas traduz o ponto de maior ganho para um dado comprimento da EDF. Em casos que o ganho seja o parâmetro fundamental do projeto, pode-se escolher um bombeio em 980 nm para amplificar um sinal de entrada de -40 dBm em 1530 nm, visto que o maior ganho ocorre nesse comprimento de onda para aproximadamente 10 m da fibra A. Já para um sinal de entrada de -40 dBm em 1550 nm, pode-se optar por bombeio em 1480 nm em aproximadamente 30 m da fibra A.

Figura 21 - Ganho de Sinal (em dB) em função do comprimento da EDF para sinais de entrada em -40 dBm em 1530 nm (esquerda) e 1550 nm (direita) para uma potência de bombeio de 40 mW.



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 22 - Ganho de Sinal (em dB) em função do comprimento da EDF para sinais de entrada em -40 dBm em 1530 nm (esquerda) e 1550 nm (direita) para uma potência de bombeio de 10 mW.

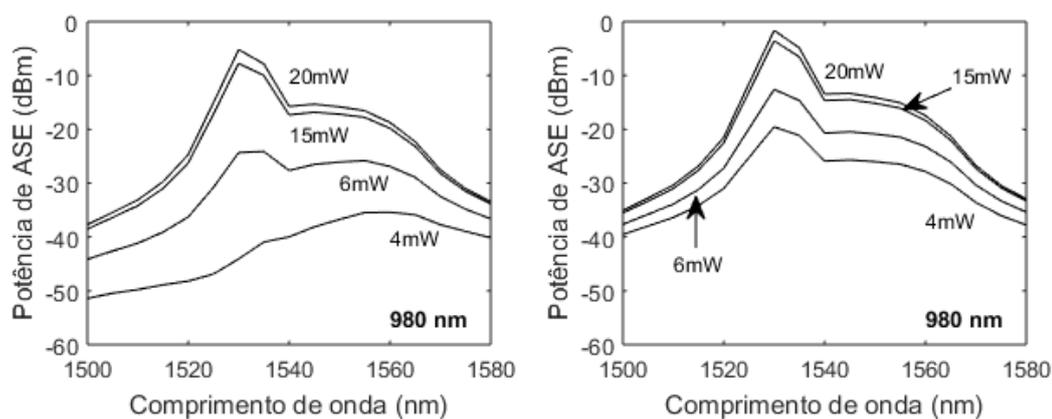


Fonte: Produção do próprio autor.

#### 4.9 Espectro da ASE

Como a modelagem considera todo o espectro da ASE, a mesma pode ser analisada a fim de obter algumas conclusões. Pode-se observar, por meio da Figura 23, que a potência de ASE em 1530 nm é menor que em 1550 nm para baixos valores de bombeio em 980 nm. Ao aumentar a potência de bombeio, o pico em 1530 nm rapidamente ultrapassa o de 1550 nm. Dessa forma, pode-se concluir que o pico em 1530 nm é sensível à variação da potência de bombeio. A Figura também permite verificar o efeito da saturação da ASE conforme a potência de bombeio é aumentada.

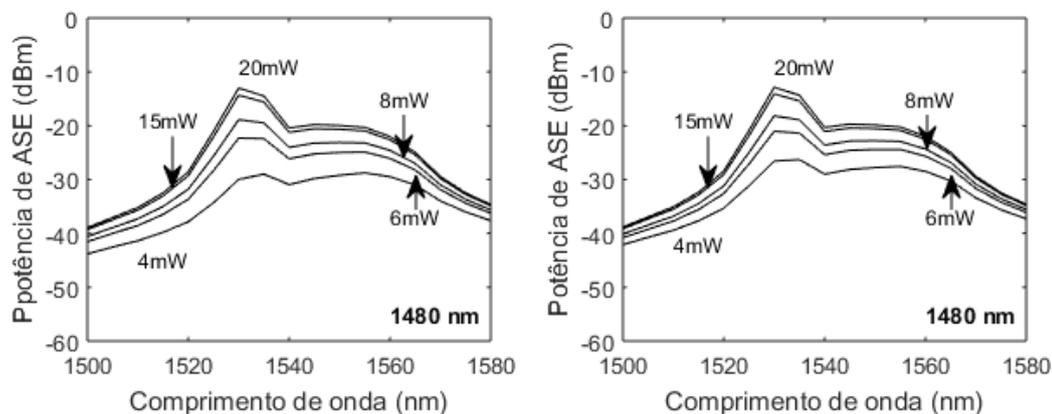
Figura 23 - Espectro da ASE co-propagante (esquerda) e contra-propagante (direita) para potências de bombeio de 4, 6, 15 e 20 mW em 980 nm.



Fonte: Produção do próprio autor.

O bombeio em 1480 nm apresenta uma inversão de população mais uniforme, o que afeta a ASE diretamente, como ilustrado na Figura 24. Para baixas potências de bombeio a ASE do bombeio em 1480 nm apresenta potência maior do que a ASE do bombeio em 980 nm. Porém o crescimento da ASE com bombeio em 1480 nm é muito mais lenta, o que faz o pico de 1530 nm apresentar apenas um pequeno aumento quando comparado com o pico do bombeio em 980 nm. O mesmo efeito de saturação da ASE pode ser observado nesse caso.

Figura 24 - Espectro da ASE co-propagante (esquerda) e contra-propagante (direita) para potências de bombeio de 4, 6, 8, 15 e 20 mW em 1480 nm.



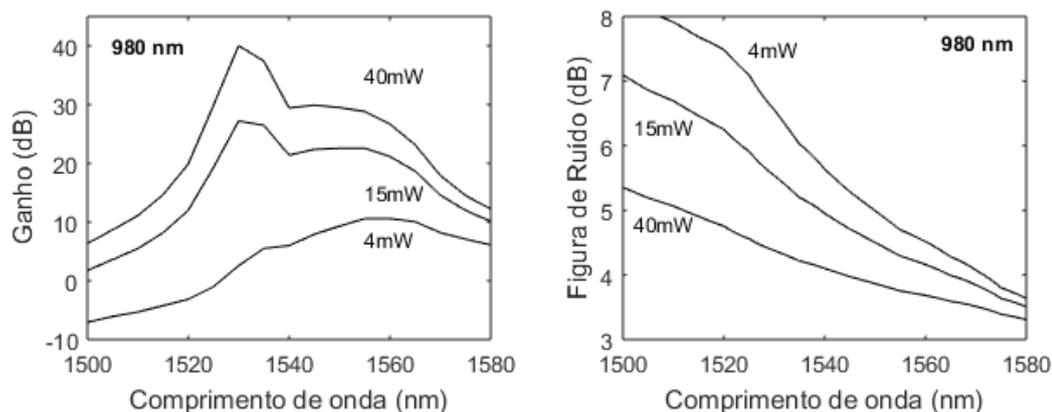
Fonte: Produção do próprio autor.

#### 4.10 Ganho e Figura de Ruído

A modelagem consegue fornecer uma estimativa de ganho e figura de ruído em função do comprimento de onda. Para que esse cálculo seja realizado é necessário que todo o espectro de ASE esteja presente na simulação. Dessa forma, é possível utilizar os coeficientes de absorção e ganho da ASE dados na equação (17) para obter o ganho. O ganho calculado e os valores das potências de ASE podem ser utilizados na equação (19) para encontrar a figura de ruído.

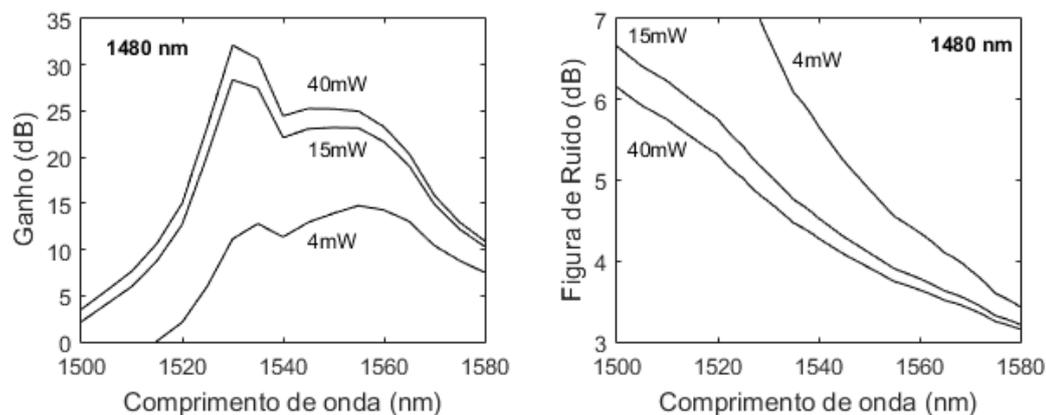
Novamente pode-se observar como o ganho em 1530 nm é sensível a variações da potência de bombeio, sofrendo quedas maiores do que em 1550 nm. Já a figura de ruído do amplificador melhora com o aumento do comprimento de onda. As Figuras 25 e 26 demonstram esses efeitos, diferenciando as curvas de ganho e figura de ruído para os casos de bombeio em 980 nm e 1480 nm.

Figura 25 - Ganho (esquerda) e Figura de Ruído (direita) em função do comprimento de onda para bombeio em 980 nm.



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 26 - Ganho (esquerda) e Figura de Ruído (direita) em função do comprimento de onda para bombeio em 1480 nm.



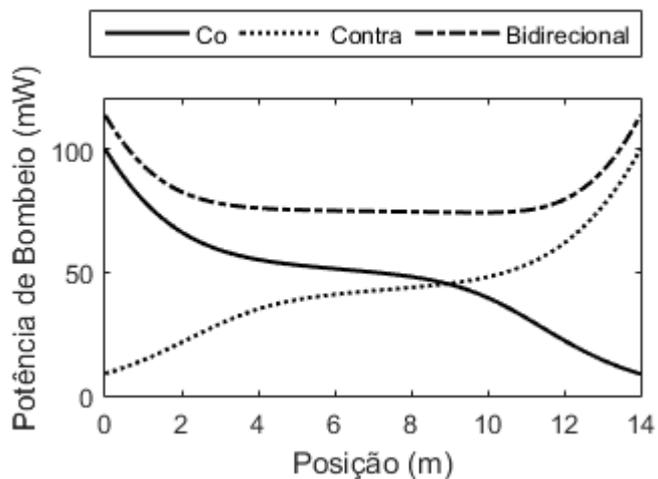
Fonte: Produção do próprio autor.

#### 4.11 Topologias de Bombeio

Durante a etapa de projeto de um amplificador, a escolha da topologia de bombeio é de fundamental importância para o desempenho do dispositivo. A topologia co-propagante apresenta maior energia de bombeio no início da fibra enquanto a topologia contra-propagante possui maior energia no final da fibra, como ilustrado na Figura 27. No caso de bombeio co-propagante, a ASE contra-propagante apresentará maior valor, já no bombeio contra-propagante a ASE co-propagante apresentará maior potência.

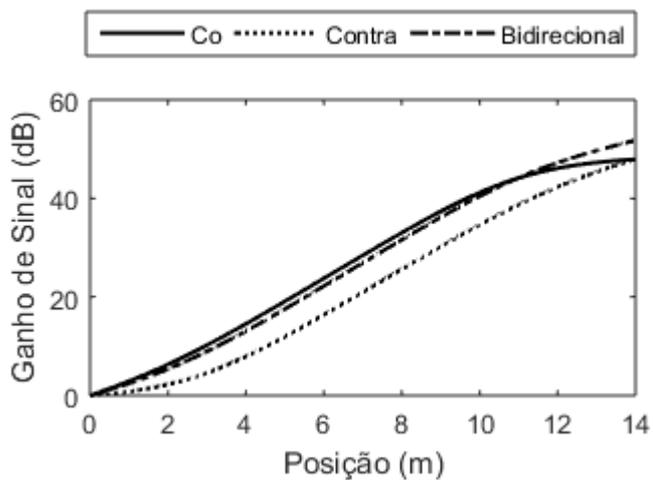
Os níveis elevados de energia no fim da fibra com bombeio contra-propagante e bidirecional garantem uma melhor evolução do ganho do sinal, como visto na Figura 28. Nesses casos, a elevada potência do sinal afeta a inversão de população mais do que a ASE co-propagante, garantindo uma maior eficiência dessas topologias quando comparadas à topologia de bombeio co-propagante. Ambas as topologias co-propagante e contra-propagante atingem ganhos similares no fim do processo de amplificação, porém o ganho da primeira começa a entrar no regime de saturação enquanto a outra ainda apresenta tendência de crescimento. Em uma EDF de tamanho ligeiramente maior do que a apresentada na Figura 28, a topologia contra-propagante atingiria valores superiores de ganho, superando a topologia co-propagante. A topologia bidirecional apresenta um ganho ligeiramente maior do que as outras duas, porém essa topologia necessita de dois lasers de bombeio o que aumenta consideravelmente o custo do projeto.

Figura 27 - Potência de Bombeio em função da posição ao longo da EDF para as diferentes topologias de bombeio em 980 nm.



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 28 - Ganho de sinal (em dB) em função da posição ao longo da EDF para diferentes topologias de bombeio em 980 nm para um sinal de entrada de -40 dBm em 1550 nm.



Fonte: Produção do próprio autor.

## 5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Foi apresentada, nesse projeto de graduação, uma ferramenta completa para análise e projetos de amplificadores a fibra dopada com érbio (EDFA). Essa ferramenta foi desenvolvida em *MATLAB*<sup>®</sup> utilizando-se métodos numéricos para solução das equações de propagação e taxa. A modelagem computacional fornece dados suficientes para o entendimento completo do processo de amplificação. Uma análise comparativa entre os diversos parâmetros do amplificador pode ser realizada permitindo que o usuário consiga determinar o melhor caso para uma dada situação. Dessa forma, consegue-se determinar parâmetros como: comprimento ideal da EDF, melhor topologia de bombeio, melhor comprimento de onda do bombeio, ganho do amplificador e figura de ruído para diversos comprimentos de onda do sinal de entrada.

Ao analisar os sinais, observou-se que o pico de ganho em 1530 nm apresenta maior ganho do que o platô em 1550 nm, entretanto ele é sensível à inversão de população, sendo assim sensível a mudanças na potência de bombeio. Essa característica faz com que pequenas mudanças na potência de bombeio gerem variações significativamente maiores de ganho nesse comprimento de onda do que em 1550 nm.

Para o bombeio, foram analisados os comprimentos de onda de 980 nm e 1480 nm. O primeiro apresenta maior ganho do que o segundo, todavia os valores de ASE são significativamente maiores, podendo inclusive atrapalhar a eficiência do bombeio, consequentemente afetando o ganho de sinal. Dessa forma, pode-se concluir que o bombeio em 1480 nm seja mais eficiente em configurações de bombeio com alta potência, devido a sua melhor eficiência de conversão de energia.

No que diz respeito à topologia de bombeio, pode-se concluir que a situação mais vantajosa consiste em maximizar a potência de bombeio no ponto em que a potência de sinal estiver elevada. Essa característica favorece as topologias contra-propagante e bidirecional visto que ambas apresentam elevada potência de bombeio na saída da EDF. A topologia bidirecional é a ideal, garantindo a melhor distribuição da população no nível metaestável ao longo da fibra, o que aumenta a eficiência de conversão de energia do processo de amplificação. Entretanto, tal

topologia é mais custosa do que as outras duas fazendo com que ela nem sempre seja utilizada em projetos de amplificadores.

Em alguns casos específicos os métodos numéricos utilizados podem não convergir para a solução desejada. Uma forma de solucionar o problema seria implementar o método de relaxação nos casos em que a modelagem encontrar dificuldade em convergir. A união de métodos numéricos na solução dos problemas otimizaria a modelagem computacional tornando-a mais confiável e eficiente para o usuário.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BECKER, P.C.; OLSSON, N.A; SIMPSON, J.R. **Erbium-Doped Fiber Amplifiers: Fundamentals and Technology**. Optics and Photonics, 1999.

DERICKSON, D. **Fiber Optic Test and Measurement**. Prantice Hall PTR, 1998.

FREITAS, M. **Amplificadores Óticos a Fibra sob um Ambiente Dinâmico**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2006.

GILES, C. R.; BURRUS, C. A.; DIGIOVANNI, D. J.; DUTTA, N. K.; RAYBON, K. Characterization of Erbium-Doped Fibers and Application to Modeling 980-nm and 1480-nm Pumped Amplifiers. **IEEE Photonics Technology Letters**, v. 3, n. 4, p. 363-365, abr.1991.

GILES, C. R.; DESURVIRE, E. Modeling Erbium-Doped Fiber Amplifiers. **IEEE Journal of Lightwave Technology**, v. 9, n. 2, p. 271-283, fev.1991.

MATHWORKS. **Bvp4c**. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/bvp4c.html>>. Acesso em: 17 dez. 2016.

RP PHOTONICS. **Fiber Amplifiers Tutorial**. Disponível em: <[https://www.rp-photonics.com/tutorial\\_fiber\\_amplifiers1.html](https://www.rp-photonics.com/tutorial_fiber_amplifiers1.html)>. Acesso em: 17 dez. 2016.

RP PHOTONICS. **Small-signal Gain**. Disponível em: <[https://www.rp-photonics.com/small\\_signal\\_gain.html](https://www.rp-photonics.com/small_signal_gain.html)>. Acesso em: 17 dez. 2016.

RP PHOTONICS. **Gain Saturation**. Disponível em: <[https://www.rp-photonics.com/gain\\_saturation.html](https://www.rp-photonics.com/gain_saturation.html)>. Acesso em: 17 dez. 2016.

## APÊNDICE A – SIMULAÇÃO EDFA

### A.1 EDFA.m

```

%% EDFA Simulation Header
%C
%C
%C      File: EDFA.m
%C
%C
%C
%C      Author: Caio M. Santos
%C      06/05/2016
%C      caiovp2@gmail.com
%C
%C      Simulation of Erbium-Doped Fiber Amplifiers. This code simulates the
%C      EDFA according to the parameters established in the Input and Fiber
%C      files.
%C
%C      INPUT:
%C      Files: EDFA_Input_Data.m and EDFA_Input_"FiberName".m
%C
%C      OUTPUT:
%C      ASE.           : Amplified Spontaneous Emission
%C      .Power         : Power [W]
%C      .Wavelength    : Wavelength [m]
%C      .u             : Direction of Propagation []
%C      .l             : Excess Losses [dB/m]
%C      .sigmaA        : Absorption Cross Section [m^2]
%C      .sigmaE        : Emission Cross Section [m^2]
%C      .Overlap       : Overlap parameter []
%C      .Absorption    : Absorption coefficient [1/m]
%C      .Gain          : Gain coefficient [1/m]
%C      .dLambda       : Delta Wavelength [m]
%C      .BW            : Bandwidth [Hz]
%C
%C      Analytical.    : Analytical Model Data
%C      .Ps            : Signal Output Power [W]
%C      .Pp1           : Pump1 Output Power [W]
%C      .Pp2           : Pump2 Output Power [W]
%C      .Gain          : Signal Gain [dB]
%C
%C      CrossSection.  : Cross Section Data
%C      .Wavelength    : Wavelength [m]
%C      .Absorption    : Abs. Cross Section Spectra [m^2]
%C      .Emission      : Emis. Cross Section Spectra [m^2]
%C
%C      Fiber.         : EDF(Er-Doped Fiber) Parameters
%C      .Length        : Length [m]
%C      .Radius        : Radius [m]
%C      .CoreRadius    : Core Radius [m]
%C      .beff          : Dopant Radius [m]
%C      .CoreRefractive : Core Refractive Index []
%C      .CladdRefractive : Cladd Refractive Index []
%C      .NA            : Numerical Aperture []
%C      .nt            : ion Density [m^-3]
%C      .tau           : Metastable Lifetime [s]
%C      .Aeff          : Effective Dopant Area [m^2]
%C      .zeta          : Saturation Parameter [(ms)^-1]

```

```

%C
%C      Pump1., Pump2. and Signal. : Laser Data
%C      .Power                    : Power [W]
%C      .Wavelength               : Wavelength [m]
%C      .u                        : Direction of Propagation []
%C      .l                        : Excess Losses [dB/m]
%C      .sigmaA                   : Absorption Cross Section [m^2]
%C      .sigmaE                   : Emission Cross Section [m^2]
%C      .Overlap                  : Overlap parameter []
%C      .Absorption               : Absorption coefficient [1/m]
%C      .Gain                     : Gain coefficient [1/m]
%C      .RC                       : Fiber Radius Vector [m]
%C      .MI                       : Mode Intensity []
%C
%C      Solution.                 : Important parameters obtained
%C      .L                        : Fiber Length Vector [m]
%C      .Signal                   : Signal Power Propagation [W]
%C      .Pump1                    : Copropagating Pump Power[W]
%C      .Pump2                    : Counterpropagating Pump Power [W]
%C      .ASE1                     : Copropagating ASE Power [W]
%C      .ASE2                     : Counterpropagating ASE Power [W]
%C      .N2                       : Upper-State Population []
%C      .SignalGain               : Signal Gain [dB]
%C      .PowerSpectra             : Power Spectra [dBm]
%C      .ASEGain                  : ASE Gain Spectra [dB]
%C      .NF                       : Noise Figure [dB]
%C      .Stats.                   : Stats of the solution
%C      .nmeshpoints              : Num. points used in the mesh []
%C      .maxres                   : Maximum Residual Value []
%C      .nODEevals                : Num. ODE Evaluations []
%C      .nBCEvals                 : Num BC Evaluations []
%C      .time                     : Time of execution [s]

```

```

%C
%C      SEE ALSO: EDFA_Input_Data, EDFA_Input_"FiberName"

```

```

%C
%C      References:

```

- ```

%C      [1] P. C. Becker, N.A. Olsson, and J. R. Simpson. "Erbium-Doped
%C      Fiber Amplifiers: Fundamentals and Technology". Optics and
%C      Photonics, 1999.
%C      [2] C. Randy Giles, and E. Desurvire. "Modeling Erbium-Doped
%C      Fiber Amplifiers". IEEE Journal of Lightwave Technology,
%C      Volume 9, No. 2, Feb. 1991, pp. 271-283.
%C      [3] Freitas, M. , "Amplificadores Óticos a Fibra sob um Ambiente
%C      Dinâmico", LabTel Press, 2006.
%C      [4] C. R. Giles, C.A. Burrus, D.J. DiGiovanni, N.K. Dutta, and
%C      G. Raybon. "Characterization of Erbium-Doped Fibers and
%C      Application to Modeling 980 nm and 1480 nm Pumped Amplifiers".
%C      IEEE Photonics Technology Letters, Volume 3, No. 4, Apr. 1991,
%C      pp. 363-365.

```

```

%C
%C      This file is part of ONDA, the Optical Network Design and Analysis
%C      tool.

```

```

%C      Copyright (C) 2015 LabTel - Laboratorio de Telecomunicacoes
%C      Federal University of Espirito Santo - Brazil
%C      http://www.labtel.ele.ufes.br
%C      segatto@ele.ufes.br

```

```

%c
%c   ONDA is free software; you can redistribute it and/or modify
%c   it under the terms of the GNU General Public License as published by
%c   the Free Software Foundation; either version 3 of the License, or
%c   (at your option) any later version.
%c
%c   ONDA is distributed in the hope that it will be useful,
%c   but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
%c   MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
%c   GNU General Public License for more details.
%c
%c   You should have received a copy of the GNU General Public License
%c   along with this program. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.

%% Input Files

% Wipe data from previous executions
clear; % Clean memory
clc;   % Clean screen
close all; % Close figures

% Start a timer to find out the total execution time.
tic; %

% Calls Input Files
EDFA_Input_Data;

% Choose the file containing your fiber data
EDFA_Input_FiberA;

%% Cross Sections

% Signal Cross sections
[Signal.sigmaA , Signal.sigmaE] =
Function_CrossSection(CrossSection,Signal);

% Copropagating Pump Cross sections
[Pump1.sigmaA , Pump1.sigmaE] = Function_CrossSection(CrossSection,Pump1);

% Counterpropagating Pump Cross sections
[Pump2.sigmaA , Pump2.sigmaE] = Function_CrossSection(CrossSection,Pump2);

% ASE Cross sections
for kk=1:length(ASE.Wavelength)
[ASE.sigmaA(1,kk) , ASE.sigmaE(1,kk)] =
Function_CrossSection(CrossSection,ASE, kk);
end

%% Calculates the Overlap Parameters

% Signal Overlap parameter
[Signal.Overlap,Signal.RC,Signal.MI,~] = Function_Overlap(Fiber,Signal);

% Copropagating Pump Overlap parameter
[Pump1.Overlap,Pump1.RC,Pump1.MI,~] = Function_Overlap(Fiber,Pump1);

```

```

% Counterpropagating Pump Overlap parameter
[Pump2.Overlap,Pump2.RC,Pump2.MI,~] = Function_Overlap(Fiber,Pump2);

% ASE Overlap parameters
for kk=1:length(ASE.Wavelength)
[ASE.Overlap(1, kk),~,~,~] = Function_Overlap(Fiber,ASE, kk);
end

% Absorption and Gain coefficients [Ref. 2 , Pg. 274]

% Signal coefficients
Signal.Absorption = Signal.Overlap*Signal.sigmaA*Fiber.nt;
Signal.Gain       = Signal.Overlap*Signal.sigmaE*Fiber.nt;

% Copropagating Pump coefficients
Pump1.Absorption  = Pump1.Overlap*Pump1.sigmaA*Fiber.nt;
Pump1.Gain        = Pump1.Overlap*Pump1.sigmaE*Fiber.nt;

% Counterpropagating Pump coefficients
Pump2.Absorption  = Pump2.Overlap*Pump2.sigmaA*Fiber.nt;
Pump2.Gain        = Pump2.Overlap*Pump2.sigmaE*Fiber.nt;

% ASE coefficients
for kk=1:length(ASE.Wavelength)
ASE.Absorption(1, kk) = ASE.Overlap(1, kk)*ASE.sigmaA(1, kk)*Fiber.nt;
ASE.Gain(1, kk)       = ASE.Overlap(1, kk)*ASE.sigmaE(1, kk)*Fiber.nt;
end

% Analytical Solution to the two-level system [Ref. 2 , Pg. 277]

% Solves analytical model to find an aproximate solution for the problem
[Analytical.Ps,Analytical.Pp1,Analytical.Pp2] =...
    Function_EDFA_Analytical_Model(Fiber,Signal,Pump1,Pump2,h,c);

% Calculates Analytical Gain
Analytical.Gain = 10*log10(Analytical.Ps/Signal.Power);

% Solve Differential Equations [Ref. 1 , Pg. 157] [Ref. 2 , Pg. 276]

    % Defining the ODES (Differential Equations)
    % [Ref. 1 , Pg. 157] [Ref. 2 , Pg. 276]
    odes = @(x,y)
Function_Diff_Equations(x,y,Fiber,Signal,Pump1,Pump2,ASE,h,m,c);

    % Defining the boundary conditions for the problem
    bcs = @(xa,ya)
Function_Boundary_Conditions(xa,ya,Signal,Pump1,Pump2,ASE);

% Setting options to be used by the solver
options = bvpset('Stats','on','RelTol',1e-5,'AbsTol',1e-6,'Nmax',1000);

% Helps to obtain a better guess for the solution
% These values were found using an empirical method
% Most of the problems occur when the 980nm pump is with 1550nm signal
if Pump1.Wavelength==980e-9 && Pump1.Power>35e-3
% Pump power higher than 35mW in the 980nm region

```

```

Analytical.Pp1=1.5*Analytical.Pp1; % Good guesses found by trial and
error
solinit=bvpinit(linspace(0,Fiber.Length,50),[
Analytical.Ps,Analytical.Pp1,Analytical.Pp2,zeros(1,2*length(ASE.Wavelength
))]);

elseif Pump1.Wavelength==980e-9 && Pump1.Power<=35e-3
% Pump power lower than 35mW in the 980nm region
Analytical.Pp1=Analytical.Pp1*(1.8-0.04*Pump1.Power*1000); % Good
guesses found by trial and error
solinit=bvpinit(linspace(0,Fiber.Length,50),[
Analytical.Ps,Analytical.Pp1,Analytical.Pp2,zeros(1,2*length(ASE.Wavelength
))]);

else
% All other pump cases
% Pp1 = 0.8*Pp1 was found as a nice guess using trial and error. If the
% value wasn't multiplied by a factor close to 0.8 the solution would
% sometimes rise to values were it became unstable.
solinit=bvpinit(linspace(0,Fiber.Length,50),[
Analytical.Ps,0.8*Analytical.Pp1,Analytical.Pp2,zeros(1,2*length(ASE.Wavele
ngth))]);
end

% Solve the equations using the bvp4 solver
sol = bvp4c(odes,bcs,solinit,options);

% Save solution to the Solution Struct
Solution.L = sol.x; % Fiber length vector
Solution.Signal = sol.y(1,:); % Signal power vector
Solution.Pump1 = sol.y(2,:); % Pump1 power vector
Solution.Pump2 = sol.y(3,:); % Pump2 power vector
Solution.ASE1 = sol.y(4:3+length(ASE.Wavelength),:); % ASE1 power
vector
Solution.ASE2 = sol.y(4+length(ASE.Wavelength):size(sol.y,1),:); % ASE2
power vector
Solution.Stats = sol.stats; % Save the stats of the solution

% Calculate Upper State Population (N2)

Solution.N2 = Function_Population(Fiber,Signal,Pump1,Pump2,ASE,h,c,...

[Solution.Signal;Solution.Pump1;Solution.Pump2;Solution.ASE1;Solution.ASE2]
);

% Calculate Signal Gain

% Gain = Pot_in / Pot_out;
Solution.SignalGain = 10*log10( Solution.Signal(1,:)/Solution.Signal(1,1)
);

% Calculate Power Spectra (dBm)

% Calculates the Power Spectra Vector (dBm) for the ASE only
Solution.PowerSpectra = 10*log10( Solution.ASE1(:,size(Solution.ASE1,2))
+ 30 ;

% We have to include the Signal and Pumps in the Power Spectra

```

```

% The if below are used to find the right wavelength in the Power Spectra
% vector to add the Signal and/or Pump power.

% The variable "index" is used to find which place in the vector is stored
% the wavelength of the Pump or Signal. Since we are working with doubles,
% we can't simply use logic values. Therefore we subtract the 2 wavelengths
% and compare to a tolerance (1e-10). This is used to compare the two
% wavelength and find the correct index.

index = find( abs(ASE.Wavelength-Signal.Wavelength) < 1e-10 );
if ~isempty(index)

Solution.PowerSpectra(index) = ...
    10*log10(Solution.ASE1(index,end)+...
        Solution.Signal(1,end))+30;
end

index = find( abs(ASE.Wavelength-Pump1.Wavelength) < 1e-10 );
if ~isempty(index) && Pump1.Power>0

Solution.PowerSpectra(index) = ...
    10*log10(Solution.ASE1(index,end)+...
        Solution.Pump1(1,end))+30;
end

index = find( abs(ASE.Wavelength-Pump2.Wavelength) < 1e-10 );
if ~isempty(index) && Pump2.Power>0

Solution.PowerSpectra(index) = ...
    10*log10(Solution.ASE1(index,end)+...
        Solution.Pump2(1,end))+30;
end

clear index

%% Calculate ASE Gain Spectra (dB) [Ref. 1 , Pg. 179 , Eq. 6.27]

% To find the ASE Gain Spectra we used equation 6.27 of Ref.1 in Pag. 179.

Solution.ASEGain = 10*log10( exp( ...
    ( (ASE.Absorption(1,:) + ASE.Gain(1,))*mean(Solution.N2) -...
        ASE.Absorption(1,)) *Fiber.Length));

%% Calculate Noise Figure (dB) [Ref. 1 , Pg. 222]

%Solution.NF =
10*log10((Solution.ASE1(:,size(Solution.ASE1,2))'.*ASE.Wavelength(1,:))./(h
*c*ASE.BW(1,:).*10.^(Solution.ASEGain(1,)/10)) +...
%
    1./10.^(Solution.ASEGain(1,)/10));

G = 10.^(Solution.ASEGain(1,)/10);

nsp = mean(Solution.N2)./( mean(Solution.N2) -...
    (ASE.sigmaA./ASE.sigmaE)*(1-mean(Solution.N2)) );

Solution.NF = 10*log10( 2*nsp.*(G-1)./G + 1./G );

```

```

%% End

% Display execution time
fprintf('\nExecution Time: %d seconds.\n',floor(toc));
Solution.Stats.time = floor(toc);

% Clear unwanted variables
clear kk solinit sol options odes bcs
% Clear constants
clear c h m

return; % Ends the simulation

% Below are some simulations for analysing separately.
% Use Ctrl+Enter to execute each section and see the desired figure.

%% [Figure 1] Cross Sections

figure;
plot(CrossSection.Wavelength*1e9,CrossSection.Absorption,'k',...
     CrossSection.Wavelength*1e9,CrossSection.Emission,':k',...
     'LineWidth',1.5);
max_y = 1.2*max(max(CrossSection.Absorption,CrossSection.Emission));
axis([1450 1600 0 max_y]);
legend('Absorption','Emission')
title('Cross Sections')
xlabel('Wavelength [nm]')
ylabel('Cross Section [m^2]')
set(gca,'YTick',0:1e-25:max_y)
clear max_y

%% [Figure 2] Mode Intensity

figure;
plot(Pump1.RC*1e6,Pump1.MI,'LineWidth',2);
hold on;
plot(Signal.RC*1e6,Signal.MI,'r','LineWidth',2);
if(Fiber.beff~=Fiber.CoreRadius)
plot(Fiber.beff*1e6*ones(1,2),[0 max([Pump1.MI Signal.MI])],'-k',...
     'LineWidth',2);
plot(Fiber.CoreRadius*1e6*ones(1,2),[0 max([Pump1.MI Signal.MI])],':k',...
     'LineWidth',2);
legend('Pump','Signal','Confined erbium boundary','Core boundary');
else
plot(Fiber.CoreRadius*1e6*ones(1,2),[0 max([Pump1.MI Signal.MI])],'-k',...
     'LineWidth',2);
legend('Pump','Signal','Core and erbium boundary')
end
xlabel('Radial Coordinate [\mum]','interpreter','Tex');
ylabel('Mode intensity');
title('Signal and Pump Mode Intensities');
axis([0 1e6*max([Pump1.RC Signal.RC]) 0 1.1*max([Pump1.MI Signal.MI])]);

%% [Figure 3] Power Propagation

figure;
subplot(2,1,1);
plot(Solution.L,Solution.Pump1*1e3,'k','LineWidth',1.5);

```

```

title('Pump Propagation')
axis([0 max(Solution.L) 0 1.2*max(Solution.Pump1*1e3)]);
ylabel('Power [mW]')

subplot(2,1,2);
plot(Solution.L,Solution.Signal*1e3,'k','LineWidth',1.5);
title('Signal Propagation')
axis([0 max(Solution.L) 0 1.2*max(Solution.Signal*1e3)]);
xlabel('Fiber Length [m]');
ylabel('Power [mW]')

%% [Figure 4] ASE Propagation

figure;
plot(Solution.L,sum(Solution.ASE1)*1e3,'k',...
     Solution.L,sum(Solution.ASE2)*1e3,':k','LineWidth',1.5);
title('ASE Propagation')
legend('Forward ASE','Backward ASE');
axis([0 max(Solution.L) 0
      1.2*max(max(sum(Solution.ASE1*1e3),sum(Solution.ASE2*1e3)))]);
xlabel('Fiber Length [m]');
ylabel('Power [mW]')

%% [Figure 5] Signal Gain

figure;
plot(Solution.L,Solution.SignalGain,'k','LineWidth',1.5);
title('Signal Gain');
xlabel('Fiber Length [m]');
ylabel('Signal Gain [dB]');
axis([0 max(Solution.L) 0 1.2*max(Solution.SignalGain)])

%% [Figure 6] Upper-state Population

figure;
plot(Solution.L,Solution.N2,'k','LineWidth',1.5);
title('Upper-state Population');
xlabel('Fiber Length [m]');
ylabel('Upper-state Population');
axis([0 max(Solution.L) 0 1]);

%% [Figure 7] ASE Gain Spectra

figure;
plot(ASE.Wavelength*1e9,Solution.ASEGain,'k','LineWidth',1.5);
hold on;
plot(ASE.Wavelength*1e9,zeros(1,length(ASE.Wavelength)),':k','LineWidth',1.5);
title('ASE Gain Spectra');
xlabel('Wavelength [nm]');
ylabel('Gain [dB]');
%grid on;
axis([min(ASE.Wavelength*1e9),max(ASE.Wavelength*1e9),...
      min(Solution.ASEGain)-10,max(Solution.ASEGain)+10])

%% [Figure 8] Power Spectra

figure;

```



```

%c      .Wavelength      : Wavelength [m]
%c      .u                : Direction of Propagation []
%c      .l                : Excess Losses [dB/m]
%c
%c      ASE.              : ASE
%c      .Power            : Power [W]
%c      .Wavelength      : Wavelength [m]
%c      .u                : Direction of Propagation []
%c      .l                : Excess Losses [dB/m]
%c      .dLambda         : Delta Wavelength [m]
%c      .BW               : Bandwidth [Hz]
%c
%c%%
%c
%c      References:
%c      [1] P. C. Becker, N.A. Olsson, and J. R. Simpson. "Erbium-Doped
%c           Fiber Amplifiers: Fundamentals and Technology". Optics and
%c           Photonics, 1999.
%c      [2] C. Randy Giles, and E. Desurvire. "Modeling Erbium-Doped
%c           Fiber Amplifiers". IEEE Journal of Lightwave Technology,
%c           Volume 9, No. 2, Feb. 1991, pp. 271-283.
%c      [3] Freitas, M. , "Amplificadores Óticos a Fibra sob um Ambiente
%c           Dinâmico", LabTel Press, 2006.
%c      [4] C. R. Giles, C.A. Burrus, D.J. DiGiovanni, N.K. Dutta, and
%c           G. Raybon. "Characterization of Erbium-Doped Fibers and
%c           Application to Modeling 980 nm and 1480 nm Pumped Amplifiers".
%c           IEEE Photonics Technology Letters, Volume 3, No. 4, Apr. 1991,
%c           pp. 363-365.
%c
%c      This file is part of ONDA, the Optical Network Design and Analysis
%c      tool.
%c      Copyright (C) 2015 LabTel - Laboratorio de Telecomunicacoes
%c           Federal University of Espirito Santo - Brazil
%c           http://www.labtel.ele.ufes.br
%c           segatto@ele.ufes.br
%c
%c      ONDA is free software; you can redistribute it and/or modify
%c      it under the terms of the GNU General Public License as published by
%c      the Free Software Foundation; either version 3 of the License, or
%c      (at your option) any later version.
%c
%c      ONDA is distributed in the hope that it will be useful,
%c      but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
%c      MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
%c      GNU General Public License for more details.
%c
%c      You should have received a copy of the GNU General Public License
%c      along with this program. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.

%% Global Variables

h      = 6.626070040e-34; % Planck's Constant [Js]
c      = 299792458;      % Speed of Light [m/s]
m      = 2;              % Number of modes []

%% Signal Laser

Signal.Power = 1e-5; % Power [W]

```



```

%C
%C
%C   Fiber.                : EDF(Er-Doped Fiber) Parameters
%C       .Length          : Length [m]
%C       .Radius          : Radius [m]
%C       .CoreRadius      : Core Radius [m]
%C       .beff            : Dopant Radius [m]
%C       .CoreRefractive  : Core Refractive Index []
%C       .CladdRefractive : Cladd Refractive Index []
%C       .NA              : Numerical Aperture []
%C       .nt              : ion Density [m^-3]
%C       .tau             : Metastable Lifetime [s]
%C       .Aeff            : Effective Dopant Area [m^2]
%C       .zeta           : Saturation Parameter [(ms)^-1]
%C
%C   CrossSection.        : Cross Section Data
%C       .Wavelength      : Wavelength [m]
%C       .Absorption       : Abs. Cross Section Spectra [m^2]
%C       .Emission        : Emis. Cross Section Spectra [m^2]
%C
%C%%
%C                                IMPORTANT NOTES                                %
%C%%
%C
%C   1) In the folder "Fiber_Data" you should place a folder with the name
%C       of your Fiber. This folder should contain files and documents that
%C       represent your Fiber. For the code to work, the cross sections of
%C       your Fiber must be specified in a file. This file should be named
%C       "Cross.txt" and have 3 (three) columns. The first column contains
%C       the wavelength in nm (nano meters). The second and third should
%C       contain the Absorption and Emission cross sections respectively
%C       in (m^2). For an example, you can see how this was done for
%C       FiberA. Just go to "Fiber_Data/FiberA/Cross.txt".
%C
%C%%
%C
%C
%C   References:
%C       [1] P. C. Becker, N.A. Olsson, and J. R. Simpson. "Erbium-Doped
%C           Fiber Amplifiers: Fundamentals and Technology". Optics and
%C           Photonics, 1999.
%C       [2] C. Randy Giles, and E. Desurvire. "Modeling Erbium-Doped
%C           Fiber Amplifiers". IEEE Journal of Lightwave Technology,
%C           Volume 9, No. 2, Feb. 1991, pp. 271-283.
%C       [3] Freitas, M. , "Amplificadores Óticos a Fibra sob um Ambiente
%C           Dinâmico", LabTel Press, 2006.
%C       [4] C. R. Giles, C.A. Burrus, D.J. DiGiovanni, N.K. Dutta, and
%C           G. Raybon. "Characterization of Erbium-Doped Fibers and
%C           Application to Modeling 980 nm and 1480 nm Pumped Amplifiers".
%C           IEEE Photonics Technology Letters, Volume 3, No. 4, Apr. 1991,
%C           pp. 363-365.
%C
%C
%C   This file is part of ONDA, the Optical Network Design and Analysis
%C   tool.
%C   Copyright (C) 2015 LabTel - Laboratorio de Telecomunicacoes
%C           Federal University of Espirito Santo - Brazil
%C           http://www.labtel.ele.ufes.br
%C           segatto@ele.ufes.br
%C

```

```
%c ONDA is free software; you can redistribute it and/or modify
%c it under the terms of the GNU General Public License as published by
%c the Free Software Foundation; either version 3 of the License, or
%c (at your option) any later version.
%c
%c ONDA is distributed in the hope that it will be useful,
%c but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
%c MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
%c GNU General Public License for more details.
%c
%c You should have received a copy of the GNU General Public License
%c along with this program. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.
```

```
%% Fiber A [Ref. 1 , Pg. 156]
```

```
Fiber.Length = 14; % Length [m]
Fiber.Radius = 5e-06; % Radius [m]
Fiber.CoreRadius = 1.4e-06; % Core Radius [m]
Fiber.beff = 1.05e-06; % Dopant Radius [m]
Fiber.CoreRefractive = 1.45; % Core Refractive Index []
Fiber.CladdRefractive = 1.42; % Cladd Refractive Index []
Fiber.NA = 0.28; % Numerical Aperture []
Fiber.nt = 0.7e25; % ion density [m^-3]
Fiber.tau = 10e-3; % Metastable Lifetime [s]
Fiber.Aeff = pi*Fiber.beff^2; % Effective Dopant Area [m^2]
Fiber.zeta = Fiber.Aeff*Fiber.nt/Fiber.tau; % Saturation Parameter
[(ms)^-1]
```

```
%% Cross Section [Ref. 1 , Pg. 154 , Fig. 6.1]
```

```
% See "IMPORTANT NOTES" section in the header.
```

```
% To load the Cross.txt file of your Fiber, you need to place the
% computer directory path in the "PATH" variable.
% REMEMBER: THE NAME OF THE FILE HAS TO BE "Cross.txt"
```

```
% File path
```

```
PATH = 'Fiber_Data/FiberA/Cross.txt';
```

```
load(PATH); % Load Fiber Cross section parameters
```

```
CrossSection.Wavelength = Cross(:,1)*1e-9; % Wavelength Vector [m]
CrossSection.Absorption = Cross(:,2); % Absorption Cross Section [m^2]
CrossSection.Emission = Cross(:,3); % Emission Cross Section [m^2]
clear Cross PATH
```

#### A.4 Function\_CrossSection.m

```
function [sigmaA , sigmaE] = Function_CrossSection(CrossSection,Laser,kk)
```

```
%% Function_CrossSection Header
```

```
%c
```

```
%c
```

```
%c
```

```
%c function [sigmaA , sigmaE]
```

```
%c = Function_CrossSection(CrossSection,Laser,kk);
```

```
%c
```

```

%C
%C                                     Author: Caio M. Santos
%C                                     06/05/2016
%C                                     caiovp2@gmail.com
%C
%C Function_CrossSection calculates the Cross Section values of a
%C given laser using the Cross Section Spectra contained in the
%C 'CrossSection' struct. Values not contained in the struct are
%C obtained using first order linear interpolation.
%C
%C INPUT:
%C      CrossSection      : Abs. and Ems. Cross Section Spectra
%C      Laser             : Laser Struct
%C      kk                : Counter
%C
%C OUTPUT:
%C      sigmaA            : Absorption Cross Section
%C      sigmaE            : Emission Cross Section
%C
%C SEE ALSO:
%C      EDFA, interp1.
%C
%C%%
%C                                L I S T   O F   V A R I A B L E S
%C%%
%C
%C      sigmaA            : Absorption Cross Section [m^2]
%C      sigmaE            : Emission Cross Section [m^2]
%C      kk                : Counter to show position in vector []
%C
%C%%
%C                                S T R U C T S
%C%%
%C
%C      Laser.           :Laser Struct
%C      .Wavelength      :Wavelength [m]
%C
%C      CrossSection.    :Cross Section Data
%C      .Wavelength      :Wavelength [m]
%C      .Absorption      :Abs. Cross Section Spectra [m^2]
%C      .Emission        :Emis. Cross Section Spectra [m^2]
%C
%C%%
%C
%C References:
%C      [1] P. C. Becker, N.A. Olsson, and J. R. Simpson. "Erbium-Doped
%C          Fiber Amplifiers: Fundamentals and Technology". Optics and
%C          Photonics, 1999.
%C      [2] C. Randy Giles, and E. Desurvire. "Modeling Erbium-Doped
%C          Fiber Amplifiers". IEEE Journal of Lightwave Technology,
%C          Volume 9, No. 2, Feb. 1991, pp. 271-283.
%C      [3] Freitas, M. , "Amplificadores Óticos a Fibra sob um Ambiente
%C          Dinâmico", LabTel Press, 2006.
%C      [4] C. R. Giles, C.A. Burrus, D.J. DiGiovanni, N.K. Dutta, and
%C          G. Raybon. "Characterization of Erbium-Doped Fibers and
%C          Application to Modeling 980 nm and 1480 nm Pumped Amplifiers".
%C          IEEE Photonics Technology Letters, Volume 3, No. 4, Apr. 1991,
%C          pp. 363-365.
%C

```

```

%c      This file is part of ONDA, the Optical Network Design and Analysis
%c      tool.
%c      Copyright (C) 2015 LabTel - Laboratorio de Telecomunicacoes
%c              Federal University of Espirito Santo - Brazil
%c              http://www.labtel.ele.ufes.br
%c              segatto@ele.ufes.br
%c
%c      ONDA is free software; you can redistribute it and/or modify
%c      it under the terms of the GNU General Public License as published by
%c      the Free Software Foundation; either version 3 of the License, or
%c      (at your option) any later version.
%c
%c      ONDA is distributed in the hope that it will be useful,
%c      but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
%c      MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
%c      GNU General Public License for more details.
%c
%c      You should have received a copy of the GNU General Public License
%c      along with this program. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.

%% Checks the number of input variables

minargs = 2;           % Minimum number of input arguments accepted
maxargs = 3;           % Maximum number of input arguments accepted
narginchk(minargs, maxargs) % Checks if the number of inputs is between
                          % minargs and maxargs

if(nargin<maxargs)     % If kk isn't set as a parameter,
    kk=1;               % set kk=1;
end

%% Acquires the Cross Section

% Acquires Absorption Cross Section

sigmaA = interp1(CrossSection.Wavelength,...
                CrossSection.Absorption,...
                Laser.Wavelength(1, kk), 'linear');

% Acquires Emission Cross Section

sigmaE = interp1(CrossSection.Wavelength,...
                CrossSection.Emission,...
                Laser.Wavelength(1, kk), 'linear');

A.5 Function_Overlap.m

function [overlap,R,intensity,intensityEr] =
Function_Overlap(Fiber,Laser, kk)

%% Function_Overlap Header
%c
%c
%c
%c      function [overlap,R,intensity,intensityEr]

```

```

%C
Function_Overlap(Fiber,Laser, kk) ;
%C
%C                                     Author: Caio M. Santos
%C                                     06/05/2016
%C                                     caiovp2@gmail.com
%C
%C Function_Overlap calculates the overlap parameter of a chosen
%C wavelength using the parameters of the Fiber that is specified
%C by the user. The vector R,intensity and intensityEr permit the user
%C to plot the Mode Field Intensity calculated in the function.
%C
%C INPUT:
%C      Fiber           : Fiber Struct
%C      Laser           : Laser Struct
%C      kk              : Counter
%C
%C OUTPUT:
%C      overlap         : Overlap Parameter []
%C      R               : Fiber Radius Vector [m]
%C      intensity       : Mode Field Intensity []
%C      intensityEr     : Mode Field contained in Erbium Region []
%C
%C SEE ALSO:
%C      EDFA, sqrt, besselj, besserk, trapz.
%C
%C
%C%%
%C                                     L I S T   O F   V A R I A B L E S
%C%%
%C
%C V               : Normalized Frequency []
%C u               : u parameter      Ref. 3 []
%C v               : v parameter      Ref. 3 []
%C Step           : Radius distance Step [m]
%C R1             : Radius from Core to Cladd [m]
%C R2             : Radius from Cladd to End of Fiber [m]
%C R              : Complete Fiber Radius Vector [m]
%C J0             : Zero Order Bessel Function []
%C J1             : First Order Bessel Function []
%C K0             : Zero Order Modified Bessel Function []
%C K1             : First Order Modified Bessel Function []
%C intensity1     : Mode Field from Core to Cladd []
%C intensity2     : Mode Field from Cladd to End of Fiber []
%C intensity      : Complete Mode Field Intensity Vector []
%C intensityEr    : Mode Field contained in Erbium Region []
%C overlap        : Overlap Parameter []
%C
%C%%
%C                                     S T R U C T S
%C%%
%C
%C Laser.         :Pump, Signal or ASE
%C   .Power       :Power [W]
%C   .Wavelength  :Wavelength [m]
%C   .u           :Direction of Propagation []
%C   .l           :Excess Losses [dB/m]
%C   .sigmaA      :Absorption Cross Section [m^2]
%C   .sigmaE      :Emission Cross Section [m^2]
%C   .Overlap     :Overlap parameter []

```

```

%c      .Absorption      :Absorption coefficient [1/m]
%c      .Gain            :Gain coefficient [1/m]
%c      .RC              :Fiber Radius Vector [m]
%c      .MI              :Mode Intensity []
%c
%c      Fiber.           :EDF(Er-Doped Fiber) Parameters
%c      .Length          :EDF Length [m]
%c      .Radius          :EDF Radius [m]
%c      .CoreRadius      :EDF Core Radius [m]
%c      .ErRadius        :EDF Erbium Radius [m]
%c      .CoreRefractive  :Core Refractive Index []
%c      .CladdRefractive :Cladd Refractive Index []
%c      .NA              :Numerical Aperture []
%c      .nt              :ion Density [m^-3]
%c      .tau             :Metastable Lifetime [s]
%c      .Aeff            :Effective Dopant Area [m^2]
%c      .zeta            :Saturation Parameter [(ms)^-1]
%c
%c%%
%c                                IMPORTANT NOTES                                %
%c%%
%c
%c  1) The u and v parameters are calculated based on an approximation
%c     mentioned in reference [2, Pg.274]. We must check if the normalized
%c     frequency (V) value is in between 1 and 3 (1 <= V <= 3) to use the
%c     approximation. If this condition is not met, there may be errors
%c     in the calculation of the overlap parameter in this script.
%c     The warning is in the "Normalized Frequency Check" section of the
%c     code.
%c
%c%%
%c
%c      References:
%c      [1] P. C. Becker, N.A. Olsson, and J. R. Simpson. "Erbium-Doped
%c           Fiber Amplifiers: Fundamentals and Technology". Optics and
%c           Photonics, 1999.
%c      [2] C. Randy Giles, and E. Desurvire. "Modeling Erbium-Doped
%c           Fiber Amplifiers". IEEE Journal of Lightwave Technology,
%c           Volume 9, No. 2, Feb. 1991, pp. 271-283.
%c      [3] Freitas, M. , "Amplificadores Óticos a Fibra sob um Ambiente
%c           Dinâmico", LabTel Press, 2006.
%c      [4] C. R. Giles, C.A. Burrus, D.J. DiGiovanni, N.K. Dutta, and
%c           G. Raybon. "Characterization of Erbium-Doped Fibers and
%c           Application to Modeling 980 nm and 1480 nm Pumped Amplifiers".
%c           IEEE Photonics Technology Letters, Volume 3, No. 4, Apr. 1991,
%c           pp. 363-365.
%c
%c
%c      This file is part of ONDA, the Optical Network Design and Analysis
%c      tool.
%c      Copyright (C) 2015 LabTel - Laboratorio de Telecomunicacoes
%c           Federal University of Espirito Santo - Brazil
%c           http://www.labtel.ele.ufes.br
%c           segatto@ele.ufes.br
%c
%c      ONDA is free software; you can redistribute it and/or modify
%c      it under the terms of the GNU General Public License as published by
%c      the Free Software Foundation; either version 3 of the License, or
%c      (at your option) any later version.
%c

```

```

%c   ONDA is distributed in the hope that it will be useful,
%c   but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
%c   MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
%c   GNU General Public License for more details.
%c
%c   You should have received a copy of the GNU General Public License
%c   along with this program. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.

%% Checks the number of input variables

minargs = 2;           % Minimum number of input arguments accepted
maxargs = 3;           % Maximum number of input arguments accepted
narginchk(minargs, maxargs) % Checks if the number of inputs is between
                           % minargs and maxargs

if nargin < maxargs     % If kk isn't passed as a parameter
    kk=1;               % set kk=1
end

%% Calculating the Overlap Parameter

% Calculates initial parameters [Ref. 2 , Pg. 274]
V = 2*pi*Fiber.CoreRadius*Fiber.NA/Laser.Wavelength(1, kk); % Normalized
Frequency
v = 1.1428*V - 0.9960;           % [Ref. 2]
u = sqrt(V^2 - v^2);           % [Ref. 2]

% Radius Vector(R1 from core to cladd. R2 from cladd to end of fiber
radius)
Step = Fiber.CoreRadius/1e4;     % Vector Size
R1 = 0 : Step:Fiber.CoreRadius;  % Radius Vector (core-cladd)
R2 = Fiber.CoreRadius:Step:Fiber.Radius; % Radius Vector (cladd-end)
R = [R1 R2];                    % Radius Vector (core-end)

% Bessel Equations
J0 = besselj(0,u*R1/Fiber.CoreRadius);%Zero Order Bessel Function
J1 = besselj(1,u);                %First Order Bessel Function
K0 = besserk(0,v*R2/Fiber.CoreRadius);%Zero Order Modified Bessel Function
K1 = besserk(1,v);                %First Order Modified Bessel Function

% Intensity distribution of the fundamental mode (Ref. 2 , Pg. 274)

% intensity1 is for R<Fiber.CoreRadius
intensity1 = v*J0/(V*J1*Fiber.CoreRadius); % Equation at [Ref. 2 , Pg.
274]
intensity1 = intensity1.^2;                % Equation at [Ref. 2 , Pg.
274]
intensity1 = intensity1/pi;                % Equation at [Ref. 2 , Pg.
274]

% intensity2 is for R>Fiber.CoreRadius
intensity2 = u*K0/(V*K1*Fiber.CoreRadius); % Equation at [Ref. 2 , Pg.
274]
intensity2 = intensity2.^2;                % Equation at [Ref. 2 , Pg.
274]
intensity2 = intensity2/pi;                % Equation at [Ref. 2 , Pg.
274]

```



```

%c          Qin          : Input photon flux vector
%c          A            : Absorption coefficient vector
%c          G            : Gain coefficient vector
%c
%c      OUTPUT:
%c          y            : Output of equation
%c
%c      SEE ALSO:
%c          EDFA
%c
%c
%c%%
%c                      L I S T   O F   V A R I A B L E S
%c%%
%c
%c      Qin              : Input Photon flux vector [(m^-2)*(s^-1)]
%c      A                : Absorption coefficient vector [1/m]
%c      G                : Gain coefficient vector [1/m]
%c      Qout             : Total Output Photon flux [(m^-2)*(s^-1)]
%c
%c%%
%c                      S T R U C T S
%c%%
%c
%c      Fiber.           : EDF(Er-Doped Fiber) Parameters
%c      .Length          : Length [m]
%c      .zeta            : Saturation Parameter [(ms)^-1]
%c
%c%%
%c                      I M P O R T A N T   N O T E S
%c%%
%c
%c
%c      References:
%c      [1] P. C. Becker, N.A. Olsson, and J. R. Simpson. "Erbium-Doped
%c          Fiber Amplifiers: Fundamentals and Technology". Optics and
%c          Photonics, 1999.
%c      [2] C. Randy Giles, and E. Desurvire. "Modeling Erbium-Doped
%c          Fiber Amplifiers". IEEE Journal of Lightwave Technology,
%c          Volume 9, No. 2, Feb. 1991, pp. 271-283.
%c      [3] Freitas, M. , "Amplificadores Óticos a Fibra sob um Ambiente
%c          Dinâmico", LabTel Press, 2006.
%c      [4] C. R. Giles, C.A. Burrus, D.J. DiGiovanni, N.K. Dutta, and
%c          G. Raybon. "Characterization of Erbium-Doped Fibers and
%c          Application to Modeling 980 nm and 1480 nm Pumped Amplifiers".
%c          IEEE Photonics Technology Letters, Volume 3, No. 4, Apr. 1991,
%c          pp. 363-365.
%c
%c
%c      This file is part of ONDA, the Optical Network Design and Analysis
%c      tool.
%c      Copyright (C) 2015 LabTel - Laboratorio de Telecomunicacoes
%c          Federal University of Espirito Santo - Brazil
%c          http://www.labtel.ele.ufes.br
%c          segatto@ele.ufes.br
%c
%c      ONDA is free software; you can redistribute it and/or modify
%c      it under the terms of the GNU General Public License as published by
%c      the Free Software Foundation; either version 3 of the License, or

```

```

%c      (at your option) any later version.
%c
%c      ONDA is distributed in the hope that it will be useful,
%c      but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
%c      MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
%c      GNU General Public License for more details.
%c
%c      You should have received a copy of the GNU General Public License
%c      along with this program. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.

```

```

%% Implicit Equation [Ref. 2 , Pg. 277 , Eq. 25]

```

```

% The main goal here is to find values of Qout that make y=0. This is used
% in Function_EDFA_Analytical_Model with the MATLAB function fzero.

```

```

% Implicit Equation
y = Qin(1,1)*exp( ( A(1,1)+G(1,1) )*( sum(Qin)-Qout )/Fiber.zeta -
A(1,1)*Fiber.Length ) +...
    Qin(1,2)*exp( ( A(1,2)+G(1,2) )*( sum(Qin)-Qout )/Fiber.zeta -
A(1,2)*Fiber.Length ) +...
    Qin(1,3)*exp( ( A(1,3)+G(1,3) )*( sum(Qin)-Qout )/Fiber.zeta -
A(1,3)*Fiber.Length ) -...
    Qout;

```

## A.7 Funtion\_EDFA\_Analytical\_Model.m

```

function [Ps,Pp1,Pp2]=
Function_EDFA_Analytical_Model(Fiber,Signal,Pump1,Pump2,h,c)

%% Function_EDFA_Analytical_Model Header
%c
%c
%c
%c      function [Ps,Pp1,Pp2]
%c      =
Function_EDFA_Analytical_Model(Fiber,Signal,Pump1,Pump2,h,c);
%c
%c
%c      Author: Caio M. Santos
%c      06/05/2016
%c      caiovp2@gmail.com
%c
%c      Function_EDFA_Analytical_Model calculates a simple analytical
%c      model of the EDFA found in Ref. 2 , Pg. 277.
%c
%c
%c      INPUT:
%c      Fiber           : Overlap Parameter
%c      Signal          : Signal Struct
%c      Pump1           : Copropagation Pump Struct
%c      Pump2           : Counterpropagating Pump Struct
%c      h               : Planck's Constant [J*s]
%c      c               : Speed of Light [m/s]
%c
%c      OUTPUT:
%c      Ps              : Signal Output [W]
%c      Pp1             : Copropagating Pump Output [W]
%c      Pp2             : Counterpropagating Pump Output [W]
%c
%c      SEE ALSO:
%c      EDFA

```

```

%C
%C
%C%%%
%C                               L I S T   O F   V A R I A B L E S                               %
%C%%%
%C
%C   Qin           : Input Photon flux vector [(m^-2)*(s^-1)]
%C   A             : Absorption coefficient vector [1/m]
%C   G             : Gain coefficient vector [1/m]
%C   implicit      : Implicit equation to be solved []
%C   xo            : Range of implicit equation []
%C   Qout          : Output Photon flux vector [(m^-2)*(s^-1)]
%C   h             : Planck's Constant [J*s]
%C   c             : Speed of Light [m/s]
%C
%C%%%
%C                               S T R U C T S                               %
%C%%%
%C
%C   Fiber.        : EDF(Er-Doped Fiber) Parameters
%C     .Length     : Length [m]
%C     .zeta       : Saturation Parameter [(ms)^-1]
%C
%C   Pump1.        : Copropagating Pump Laser
%C     .Power      : Power [W]
%C     .Wavelength : Wavelength [m]
%C     .Absorption : Absorption coefficient [1/m]
%C     .Gain       : Gain coefficient [1/m]
%C
%C   Pump2.        : Counterpropagating Pump Laser
%C     .Power      : Power [W]
%C     .Wavelength : Wavelength [m]
%C     .Absorption : Absorption coefficient [1/m]
%C     .Gain       : Gain coefficient [1/m]
%C
%C   Signal.       : Signal Laser
%C     .Power      : Power [W]
%C     .Wavelength : Wavelength [m]
%C     .Absorption : Absorption coefficient [1/m]
%C     .Gain       : Gain coefficient [1/m]
%C
%C%%%
%C                               I M P O R T A N T   N O T E S                               %
%C%%%
%C
%C
%C   References:
%C   [1] P. C. Becker, N.A. Olsson, and J. R. Simpson. "Erbium-Doped
%C       Fiber Amplifiers: Fundamentals and Technology". Optics and
%C       Photonics, 1999.
%C   [2] C. Randy Giles, and E. Desurvire. "Modeling Erbium-Doped
%C       Fiber Amplifiers". IEEE Journal of Lightwave Technology,
%C       Volume 9, No. 2, Feb. 1991, pp. 271-283.
%C   [3] Freitas, M. , "Amplificadores Óticos a Fibra sob um Ambiente
%C       Dinâmico", LabTel Press, 2006.
%C   [4] C. R. Giles, C.A. Burrus, D.J. DiGiovanni, N.K. Dutta, and
%C       G. Raybon. "Characterization of Erbium-Doped Fibers and
%C       Application to Modeling 980 nm and 1480 nm Pumped Amplifiers".
%C       IEEE Photonics Technology Letters, Volume 3, No. 4, Apr. 1991,

```

```

%c          pp. 363-365.
%c
%c
%c      This file is part of ONDA, the Optical Network Design and Analysis
%c      tool.
%c      Copyright (C) 2015 LabTel - Laboratorio de Telecomunicacoes
%c              Federal University of Espirito Santo - Brazil
%c              http://www.labtel.ele.ufes.br
%c              segatto@ele.ufes.br
%c
%c      ONDA is free software; you can redistribute it and/or modify
%c      it under the terms of the GNU General Public License as published by
%c      the Free Software Foundation; either version 3 of the License, or
%c      (at your option) any later version.
%c
%c      ONDA is distributed in the hope that it will be useful,
%c      but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
%c      MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
%c      GNU General Public License for more details.
%c
%c      You should have received a copy of the GNU General Public License
%c      along with this program. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.

%% Checks the number of input variables

minargs = 6;          % Minimum number of input arguments accepted
maxargs = 6;          % Maximum number of input arguments accepted
narginchk(minargs, maxargs) % Checks if the number of inputs is between
                          % minargs and maxargs

%% Setup initial parameters for the solver [Ref. 2 , Pg. 277]

% Photon Flux Equation:  $Q = P/(h*v)$  [Ref. 2 , Pg. 277]
Qin = [Signal.Power*Signal.Wavelength/(h*c), ...% Signal Input Photon Flux
       Pump1.Power*Pump1.Wavelength/(h*c), ...% Pump1 Input Photon Flux
       Pump2.Power*Pump2.Wavelength/(h*c)];% Pump2 Input Photon Flux

% Absorption and Gain coefficients
A = [Signal.Absorption, Pump1.Absorption, Pump2.Absorption]; % Absorption
coeff.
G = [Signal.Gain, Pump1.Gain, Pump2.Gain]; % Gain coefficient

%% Solving the implicit equation [Ref. 2 , Pg. 277 , Eq. 25]

% The goal here is to find which values of Qout make  $y = 0$  using the
% implicit equation function.

% Describes the implicit equation
implicit = @(x,y)
Function_EDFA_Analytical_Implicit_Equation(x,Fiber,Qin,A,G);
% Setup a range to find the solution
xo = [sum(Qin)/10 sum(Qin)]; % Range from sum(Qin)/10 to sum(Qin)
% Find the possible solution of the implicit equation
Qout = fzero(implicit,xo); % Find zeros of implicit equation in range xo

%% Finding the analytical solution [Ref. 2 , Pg. 277 , Eq. 24 (Modified)]

% Equation 24 finds the Photon Flux (Q) of each wavelength desired. Since

```





```

%C%%%
%C                                IMPORTANT NOTES                                %
%C%%%
%C
%C  1) The equations described in the code aren't exactly the ones showed
%C     in the references. Equations used: Ref. 1 , Pg. 157 , equations 6.5
%C     to 6.8 and Ref. 2 , Pg. 276 , equation 20. We can see similarities
%C     between the equations in Ref. 1 and the equation from Ref. 2. In
%C     this code I wanted to use the equations from Ref.1 but using the
%C     Giles and Desurvire approach. So all I needed to do was rewrite
%C     the equations from Ref.1 using the absorption and gain coefficients.
%C     This was done and the result are the equations described in this
%C     code.
%C
%C%%%
%C
%C
%C  References:
%C    [1] P. C. Becker, N.A. Olsson, and J. R. Simpson. "Erbium-Doped
%C         Fiber Amplifiers: Fundamentals and Technology". Optics and
%C         Photonics, 1999.
%C    [2] C. Randy Giles, and E. Desurvire. "Modeling Erbium-Doped
%C         Fiber Amplifiers". IEEE Journal of Lightwave Technology,
%C         Volume 9, No. 2, Feb. 1991, pp. 271-283.
%C    [3] Freitas, M. , "Amplificadores Óticos a Fibra sob um Ambiente
%C         Dinâmico", LabTel Press, 2006.
%C    [4] C. R. Giles, C.A. Burrus, D.J. DiGiovanni, N.K. Dutta, and
%C         G. Raybon. "Characterization of Erbium-Doped Fibers and
%C         Application to Modeling 980 nm and 1480 nm Pumped Amplifiers".
%C         IEEE Photonics Technology Letters, Volume 3, No. 4, Apr. 1991,
%C         pp. 363-365.
%C
%C
%C  This file is part of ONDA, the Optical Network Design and Analysis
%C  tool.
%C  Copyright (C) 2015 LabTel - Laboratorio de Telecomunicacoes
%C                   Federal University of Espirito Santo - Brazil
%C                   http://www.labtel.ele.ufes.br
%C                   segatto@ele.ufes.br
%C
%C  ONDA is free software; you can redistribute it and/or modify
%C  it under the terms of the GNU General Public License as published by
%C  the Free Software Foundation; either version 3 of the License, or
%C  (at your option) any later version.
%C
%C  ONDA is distributed in the hope that it will be useful,
%C  but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
%C  MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
%C  GNU General Public License for more details.
%C
%C  You should have received a copy of the GNU General Public License
%C  along with this program. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.

%% Checks the number of input variables

minargs = 10;           % Minimum number of input arguments accepted
maxargs = 10;           % Maximum number of input arguments accepted
narginchk(minargs, maxargs) % Checks if the number of inputs is between
                           % minargs and maxargs

```

```

% Initializing variables for the equations

% Absorption Coefficient [1/m]
A = [Signal.Absorption , Pump1.Absorption , Pump2.Absorption , ... %
Signal and Pump
      ASE.Absorption , ASE.Absorption ];          % ASE forward and backward

% Gain Coefficient [1/m]
G = [Signal.Gain , Pump1.Gain , Pump2.Gain , ... % Signal and Pump
      ASE.Gain , ASE.Gain ];          % ASE forward and backward

% Frequency [Hz]
v = c./[Signal.Wavelength, Pump1.Wavelength, Pump2.Wavelength, ... % Signal
and Pump
        ASE.Wavelength, ASE.Wavelength ];          % ASE forward and backward

% Direction of Propagation []
u = [Signal.u , Pump1.u, Pump2.u, ... % Signal and Pump
      ASE.u, -ASE.u];          % ASE forward and backward

% Excess Loss [1/m]
L = (log(10)/10).*[Signal.l , Pump1.l, Pump2.l, ... % Signal and Pump
                  ASE.l, ASE.l];          % ASE forward and backward

% Bandwidth [Hz]
BW = [0, 0, 0, ...          % Signal and Pump (BW only used in ASE equations)
      ASE.BW, ASE.BW]; % ASE forward and backward

% Counts number of equations
s = length(Signal.Wavelength); % Number of Signal equations
p = length(Pump1.Wavelength)+length(Pump2.Wavelength); % Number of Pump
equations
a = 2*length(ASE.Wavelength); % Number of ASE equations (ASE+ and ASE-)

% Initializes the variable dP
dP = zeros(s+p+a,1);

% Population Equation [Ref. 2 , Pg. 276, Eq. 19]

mm = 0; % Numerator of population equation
nn = 1; % Denominator of population equation

for kk = 1 : s+p+a
    mm = P(kk,1)*A(1, kk)/(h*v(1, kk)*Fiber.zeta) + mm;
    nn = P(kk,1)*(A(1, kk)+G(1, kk))/(h*v(1, kk)*Fiber.zeta) + nn;
end

N = mm/nn;

% Signal Equation [Ref. 1 , Pg. 157 , Eq. 6.6 (Modified)]

% If you find that the equation used is different than that in the
% references, please read "IMPORTANT NOTES" section in the Header.

dP(1,1) = u(1,1)*(A(1,1)+G(1,1))*N*P(1,1) - ...
          u(1,1)*(A(1,1)+L(1,1))*P(1,1);

```



```

%c      calculates the residual values for each given condition and puts
%c      this value into the output argument: res.
%c
%c      INPUT:
%c          ya          : First Boundary Condition (L=0)
%c          yb          : Second Boundary Condition (L=L)
%c          Signal      : Signal Struct
%c          Pump1       : Copropagating Pump Struct
%c          Pump2       : Counterpropagating Pump Struct
%c          ASE         : ASE Struct
%c
%c      OUTPUT:
%c          res         : Residual value for the BCs
%c
%c      SEE ALSO:
%c          EDFA, EDFA_Input_Data.
%c
%c%%
%c                                V A R I A B L E S                                %
%c%%
%c
%c      s              : Number of signal waves propagating []
%c      p              : Number of pump waves propagating []
%c      a              : Number of ase waves propagating []
%c      res            : Residual value for the BCs []
%c      ya            : First Boundary Condition (L=0) [m]
%c      yb            : Second Boundary Condition [m]
%c      kk            : Counter []
%c
%c%%
%c                                S T R U C T S                                %
%c%%
%c
%c      Pump1.         :Copropagating Pump Laser
%c          .Power     :Power [W]
%c          .Wavelength :Wavelength [m]
%c
%c      Pump2.         :Counterpropagating Pump Laser
%c          .Power     :Power [W]
%c          .Wavelength :Wavelength [m]
%c
%c      Signal.        :Signal Laser
%c          .Power     :Power [W]
%c          .Wavelength :Wavelength [m]
%c
%c      ASE.           :ASE
%c          .Power     :Power [W]
%c          .Wavelength :Wavelength [m]
%c
%c%%
%c                                IMPORTANT NOTES                                %
%c%%
%c
%c      References:
%c      [1] P. C. Becker, N.A. Olsson, and J. R. Simpson. "Erbium-Doped
%c          Fiber Amplifiers: Fundamentals and Technology". Optics and

```

```

%c          Photonics, 1999.
%c          [2] C. Randy Giles, and E. Desurvire. "Modeling Erbium-Doped
%c          Fiber Amplifiers". IEEE Journal of Lightwave Technology,
%c          Volume 9, No. 2, Feb. 1991, pp. 271-283.
%c          [3] Freitas, M. , "Amplificadores Óticos a Fibra sob um Ambiente
%c          Dinâmico", LabTel Press, 2006.
%c          [4] C. R. Giles, C.A. Burrus, D.J. DiGiovanni, N.K. Dutta, and
%c          G. Raybon. "Characterization of Erbium-Doped Fibers and
%c          Application to Modeling 980 nm and 1480 nm Pumped Amplifiers".
%c          IEEE Photonics Technology Letters, Volume 3, No. 4, Apr. 1991,
%c          pp. 363-365.
%c
%c
%c          This file is part of ONDA, the Optical Network Design and Analysis
%c          tool.
%c          Copyright (C) 2015 LabTel - Laboratorio de Telecomunicacoes
%c          Federal University of Espirito Santo - Brazil
%c          http://www.labtel.ele.ufes.br
%c          segatto@ele.ufes.br
%c
%c          ONDA is free software; you can redistribute it and/or modify
%c          it under the terms of the GNU General Public License as published by
%c          the Free Software Foundation; either version 3 of the License, or
%c          (at your option) any later version.
%c
%c          ONDA is distributed in the hope that it will be useful,
%c          but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
%c          MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
%c          GNU General Public License for more details.
%c
%c          You should have received a copy of the GNU General Public License
%c          along with this program. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.

%% Checks the number of input variables

minargs = 6;          % Minimum number of arguments accepted
maxargs = 6;          % Maximum number of arguments accepted
narginchk(minargs, maxargs) % Checks if the number of inputs is between
                        % minargs and maxargs

%% Initializes Values

s = length(Signal.Wavelength);
p = length(Pump1.Wavelength)+length(Pump2.Wavelength);
a = 2*length(ASE.Wavelength);
res = zeros(1,s+p+a);

%% Signal Residual Equations

res (1) = ya(1) - Signal.Power; % Signal -> L(0) = Signal.Power

%% Copropagating Pump Residual Equation

res (2) = ya(2) - Pump1.Power; % Pump -> L(0) = Pump.Power

%% Counterpropagating Pump Residual Equation

res (3) = yb(3) - Pump2.Power; % Pump -> L(L) = Pump.Power

```

```

%% Forward Propagating ASE

for kk = (s+p+1) : (s+p+a/2)      % Gets all Forward ASE waves
res (kk) = ya(kk) - ASE.Power;   % ASE+  ->  L(0) = ASE.Power
end

%% Backward Propagating ASE

for kk = (s+p+a/2+1) : (s+p+a)  % Gets all Backward ASE waves
res (kk) = yb(kk) - ASE.Power;   % ASE-  ->  L(L) = ASE.Power
end

```

## A.10 Funtion\_Population.m

```

function N2 = Function_Population(Fiber,Signal,Pump1,Pump2,ASE,h,c,vector)

%% Function_Population Header
%%
%%
%%
function N2
    = Function_Population(Fiber,Signal,Pump1,Pump2,ASE,h,c,vector)
%%
%%
%% Author: Caio M. Santos
%% 06/05/2016
%% caiovp2@gmail.com
%%
%% Function_Population calculates the Upper-State population value for
%% the solution. This is calculated using equation 19 of Ref. 2 , Pg.
%% 276.
%%
%% INPUT:
%% Fiber          : Fiber Struct
%% Signal         : Signal Struct
%% Pump1          : Copropagating Pump Struct
%% Pump2          : Counterpropagating Pump Struct
%% ASE           : ASE Struct
%% h              : Plank's Constant [J*s]
%% c              : Speed of light [m/s]
%% vector         : Solution matrix of the diff. equations
%%
%% OUTPUT:
%% N2             : Upper-state population vector
%%
%% SEE ALSO:
%% EDFA.m
%%
%%
%%                                V A R I A B L E S                                %
%%
%%
%% A              : Absorption coefficient of all waves [1/m]
%% G              : Gain coefficient of all waves [1/m]
%% v              : Frequency of all waves [Hz]
%% s              : Number of signal equations []
%% p              : Number of pump equations []
%% a              : Number of ASE equations []
%% N2             : Upper-Population value []

```

```

%c      h              : Plank's Constant [J*s]
%c      c              : Speed of light [m/s]
%c
%c%%
%c                                  S T R U C T S                                  %
%c%%
%c
%c
%c      Pump1.         :Copropagating Pump Laser
%c      .Power         :Power [W]
%c      .Wavelength    :Wavelength [m]
%c      .u             :Direction of Propagation []
%c      .l             :Excess Losses [dB/m]
%c      .Overlap       :Overlap parameter []
%c      .Absorption    :Absorption coefficient [1/m]
%c      .Gain          :Gain coefficient [1/m]
%c
%c      Pump2.         :Counterpropagating Pump Laser
%c      .Power         :Power [W]
%c      .Wavelength    :Wavelength [m]
%c      .u             :Direction of Propagation []
%c      .l             :Excess Losses [dB/m]
%c      .Overlap       :Overlap parameter []
%c      .Absorption    :Absorption coefficient [1/m]
%c      .Gain          :Gain coefficient [1/m]
%c
%c      Signal.       :Signal Laser
%c      .Power         :Power [W]
%c      .Wavelength    :Wavelength [m]
%c      .u             :Direction of Propagation []
%c      .l             :Excess Losses [dB/m]
%c      .Overlap       :Overlap parameter []
%c      .Absorption    :Absorption coefficient [1/m]
%c      .Gain          :Gain coefficient [1/m]
%c
%c      ASE.          :ASE
%c      .Power         :Power [W]
%c      .Wavelength    :Wavelength [m]
%c      .u             :Direction of Propagation []
%c      .l             :Excess Losses [dB/m]
%c      .Overlap       :Overlap parameter []
%c      .Absorption    :Absorption coefficient [1/m]
%c      .Gain          :Gain coefficient [1/m]
%c      .BW           :Bandwidth [Hz]
%c
%c      Fiber.        :EDF(Er-Doped Fiber) Parameters
%c      .Length        :Length [m]
%c      .zeta          :Saturation Parameter [(ms)^-1]
%c
%c%%
%c                                  IMPORTANT NOTES                                  %
%c%%
%c
%c
%c
%c
%c      References:
%c      [1] P. C. Becker, N.A. Olsson, and J. R. Simpson. "Erbium-Doped
%c          Fiber Amplifiers: Fundamentals and Technology". Optics and
%c          Photonics, 1999.

```

```

%c      [2] C. Randy Giles, and E. Desurvire. "Modeling Erbium-Doped
%c      Fiber Amplifiers". IEEE Journal of Lightwave Technology,
%c      Volume 9, No. 2, Feb. 1991, pp. 271-283.
%c      [3] Freitas, M. , "Amplificadores Óticos a Fibra sob um Ambiente
%c      Dinâmico", LabTel Press, 2006.
%c      [4] C. R. Giles, C.A. Burrus, D.J. DiGiovanni, N.K. Dutta, and
%c      G. Raybon. "Characterization of Erbium-Doped Fibers and
%c      Application to Modeling 980 nm and 1480 nm Pumped Amplifiers".
%c      IEEE Photonics Technology Letters, Volume 3, No. 4, Apr. 1991,
%c      pp. 363-365.
%c
%c
%c      This file is part of ONDA, the Optical Network Design and Analysis
%c      tool.
%c      Copyright (C) 2015 LabTel - Laboratorio de Telecomunicacoes
%c      Federal University of Espirito Santo - Brazil
%c      http://www.labtel.ele.ufes.br
%c      segatto@ele.ufes.br
%c
%c      ONDA is free software; you can redistribute it and/or modify
%c      it under the terms of the GNU General Public License as published by
%c      the Free Software Foundation; either version 3 of the License, or
%c      (at your option) any later version.
%c
%c      ONDA is distributed in the hope that it will be useful,
%c      but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
%c      MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
%c      GNU General Public License for more details.
%c
%c      You should have received a copy of the GNU General Public License
%c      along with this program. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.

%% Checks the number of input variables

minargs = 8;           % Minimum number of input arguments accepted
maxargs = 8;           % Maximum number of input arguments accepted
narginchk(minargs, maxargs) % Checks if the number of inputs is between
                        % minargs and maxargs

%% Initial Parameters

% Absorption Coefficient [1/m]
A = [Signal.Absorption , Pump1.Absorption, Pump2.Absorption , ...% Signal
and Pump
      ASE.Absorption , ASE.Absorption ];% ASE forward and backward

% Gain Coefficient [1/m]
G = [Signal.Gain , Pump1.Gain, Pump2.Gain , ...% Signal and Pump
      ASE.Gain , ASE.Gain ];% ASE forward and backward

% Frequency [Hz]
v = c./[Signal.Wavelength , Pump1.Wavelength, Pump2.Wavelength , ...%
Signal and Pump
      ASE.Wavelength , ASE.Wavelength ];% ASE forward and backward

% Counts number of equations
s = length(Signal.Wavelength); % Number of Signal equations
p = length(Pump1.Wavelength)+length(Pump2.Wavelength); % Number of Pump
equations

```

```
a = 2*length(ASE.Wavelength); % Number of ASE equations (ASE+ and ASE-)

% Initializes the variable dP
N2 = zeros(1,size(vector,2));

%% Population Equation [Ref. 2 , Pg. 276, Eq. 19]

for aa=1:size(vector,2)
mm = 0; % Numerator of population equation
nn = 1; % Denominator of population equation

for kk = 1 : s+p+a
mm = vector(kk,aa)*A(1,kk)/(h*v(1,kk)*Fiber.zeta) + mm;
nn = vector(kk,aa)*(A(1,kk)+G(1,kk))/(h*v(1,kk)*Fiber.zeta) + nn;
end

N2(1,aa) = mm/nn;

end
```